

S. P. DINKGREVE

© 2024



WETEN SCHAPS SCHOOL

Natuurkunde voor de
middelbare school

KLAS 6V

Voor de online versie met filmpjes en animaties,
ga naar: www.wetenschapsschool.nl

Dit werkboek is alleen bestemd voor klassikaal gebruik in het schooljaar 2024-2025 als onderdeel van een betaalde licentie. Bij gebruik in de klas buiten 2024-2025 is expliciet toestemming nodig. De scholen waarbij deze toestemming verleend is, zijn te vinden met de rechter QR-code. Voor gebruik thuis is geen licentie nodig.



Copyright © 2024 by Stephan P. Dinkgreve
All rights reserved. This book or any portion thereof may not be reproduced or used in any manner whatsoever without the express written permission of the publisher except for the use of brief quotations in a book review.

Printed in the Netherlands

Seventh Printing

www.wetenschapsschool.nl

Inhoudsopgave

Klas 6

Hoofdstuk 1 Magnetisme	3
§1 De elektrische kracht	3
§2 Magnetisme	8
§3 De lorentzkracht	11
§4 Inductie	17
§5 Oefentoets	23
Hoofdstuk 2 Astrofysica	27
§1 Spectraalanalyse	27
§2 De planckkromme	30
§3 Dopplereffect	35
§4 Het HR-diagram	40
§5 Oefentoets	45

Hoofdstuk 3 Kwantumfysica	48
§1 Deeltjesverschijnselen	48
§2 Golfverschijnselen	51
§3 Deeltje in een doos	58
§4 Het atoommodel	61
§5 Onzekerheid	67
§6 Tunneling	69
§7 Oefentoets	73

TESTVERSIE

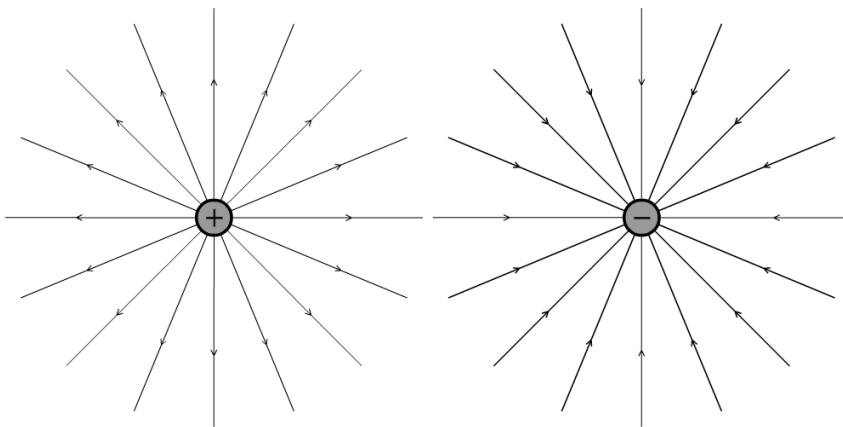
Hoofdstuk 1

Magnetisme

§1 De elektrische kracht

In dit hoofdstuk gaan we elektrische en magnetische velden bestuderen en de krachten die deze velden kunnen uitoefenen. In deze paragraaf starten we met het elektrische veld.

Alle voorwerpen met een **lading** worden omringd door een **elektrisch veld**. Met dit veld kunnen geladen deeltjes krachten op elkaar uitoefenen. Hieronder zien we het elektrisch veld om een positieve en een negatieve lading schematisch afgebeeld. We hebben het veld hier weergegeven met zogenaamde **veldlijnen**. Er geldt dat hoe dichter de lijnen op elkaar zitten, hoe sterker het veld is. In beide onderstaande gevallen is het veld dus dicht bij de ladingen het sterkst. Bij een positieve lading geven we het veld weer met pijlen die van de lading af wijzen. Bij een negatieve lading wijzen de pijlen juist naar de lading toe. We noemen een veld waarbij de lijnen naar één punt toe of van één punt af wijzen een **radiaal veld**.



De sterkte van het elektrische veld noemen we de **elektrische veldsterkte (E)**. Als een lading zich in een elektrisch veld bevindt, dan oefent dit veld een **elektrische kracht** uit gegeven door:

$$F_{elek} = qE$$

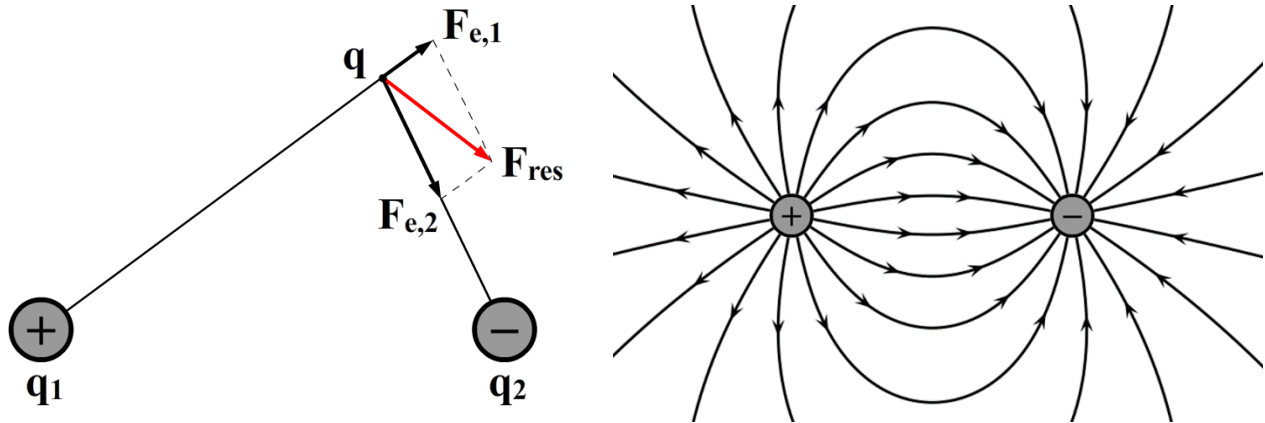
Elektrische kracht (F_{elek})	newton (N)
Lading (q)	coulomb (C)
Elektrische veldsterkte (E)	newton per coulomb (N/C)

We kunnen ook direct de elektrische kracht tussen twee ladingen uitrekenen. We gebruiken hiervoor de zogenaamde **wet van Coulomb**:

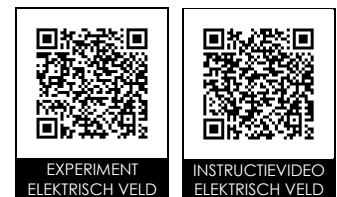
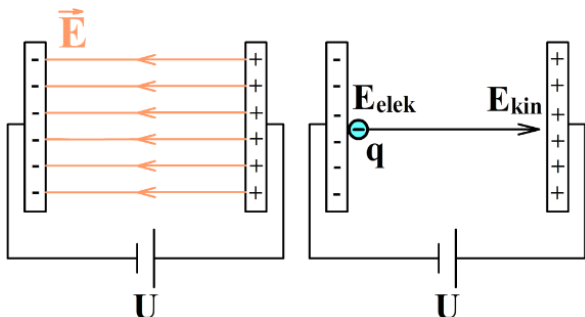
$$F_{elek} = \frac{f q_1 q_2}{r^2}$$

Elektrische kracht (F_{elek})	newton (N)
Constante van Coulomb (f)	$8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$
Lading (q)	coulomb (C)
Afstand tussen de ladingen (r)	meter (m)

In de onderstaande linker afbeelding zien we een positieve lading q_1 en een negatieve lading q_2 . Ook is er een positieve **testlading** q toegevoegd. Een testlading is een lading klein genoeg om de andere ladingen niet te beïnvloeden en wordt gebruikt om de sterkte van de elektrische kracht op een bepaald punt te meten. De testlading q ondervindt een afstotende kracht van lading q_1 en een aantrekkende kracht van lading q_2 . Met een parallellogram kan dan de resulterende kracht op testlading q bepaald worden. Deze resulterende kracht geeft ons de richting van het elektrische veld op de positie van de testlading. Als we dit experiment op veel punten uitvoeren, kan je hiermee de veldlijnen schetsen (zie de rechter afbeelding).



In de onderstaande linker afbeelding zien we het elektrische veld dat ontstaat tussen twee **condensatorplaten**. Een condensator bestaat uit twee platen met op de ene een overschot aan positieve ladingen en op de andere een overschot aan negatieve ladingen. Tussen deze platen bevindt zich een **homogeen elektrisch veld**. Dit wil zeggen dat het elektrische veld overall **even sterk** is en in **dezelfde richting** wijst (van de plus naar de min). Met de onderstaande QR-code vind je een filmpje waarmee dit veld zichtbaar gemaakt wordt.



In de rechter afbeelding zien we een elektron die bij de negatieve plaat is geplaatst. Door het elektrische veld zal het elektron naar de positieve plaat versnellen (de lading wordt immers afgestoten door de negatieve plaat en aangetrokken tot de positieve plaat). Merk op dat het elektron tegen de richting van het elektrische veld in beweegt. Een positief geladen deeltje zou juist met de veldlijnen meebewegen. Omdat het elektron direct zal versnellen in het veld, weten we dat het elektron energie moet hebben. We noemen dit **elektrische energie**. De grootte van de elektrische energie wordt gegeven door:

$$E_{elek} = qU$$

Elektrische energie (E_{elek})	joule (J)
Lading (q)	coulomb (C)
Spanning over de platen (U)	volt (V)

Tijdens de beweging wordt elektrische energie omgezet in kinetische energie. Er geldt dus:

$$E_{elek} = E_{kin}$$

✂ Voorbeeld

Vraag:

Bereken de snelheid van het elektron in een waterstofatoom. Ga er hierbij vanuit dat de afstand tussen het proton en het elektron in een waterstofatoom gelijk is aan 0,0529 nm.

Antwoord:

Omdat het elektron een cirkelbaan maakt om het proton, moet de elektrische kracht gelijk zijn aan de middelpuntzoekende kracht:

$$F_{mpz} = F_{elek}$$

We kunnen deze vergelijking uitschrijven tot:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{fq_1q_2}{r^2}$$

Aan beide zijden kunnen we een r wegstrepen:

$$mv^2 = \frac{fq_1q_2}{r}$$

Voor de lading van het elektron en het proton gebruiken we de letter **e** (zie BINAS tabel 7). We kunnen de rechterzijde hiermee versimpelen tot:

$$mv^2 = \frac{fe^2}{r}$$

Als we de bovenstaande formule omschrijven, dan kunnen we hiermee de snelheid van het elektron berekenen:

$$v = \sqrt{\frac{fe^2}{rm}} = \sqrt{\frac{8,99 \times 10^9 \times (1,6 \times 10^{-19})^2}{9,1 \times 10^{-31} \times 0,0529 \times 10^{-9}}} = 2,2 \times 10^6 \text{ m/s}$$

🎯 Leerdoelen:

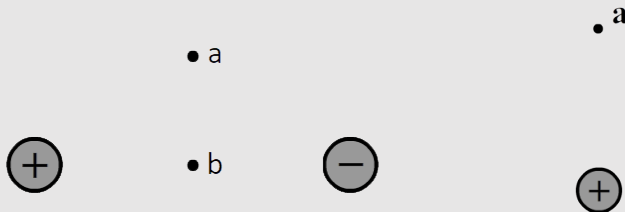
- Zorg dat je elektrische veldlijnen kan schetsen rond positieve en negatieve ladingen. Zorg dat je weet dat de veldlijnen wegwijzen van positieve ladingen en naar negatieve ladingen toewijzen.
- Zorg dat je kan rekenen met de formules $F_{elek} = qE$ en $F_{elek} = fq_1q_2/r^2$. f is hier de constante van Coulomb (te vinden in BINAS) en E is hier de elektrische veldsterkte in N/C.
- Zorg dat je de resulterende kracht op een testlading kan construeren met de parallelogrammethode.
- Zorg dat je weet dat tussen twee condensatorplaten een homogeen elektrisch veld vormt dat loopt van de positieve naar de negatieve plaat.
- Zorg dat je kan rekenen met energieomzettingen van geladen deeltjes in elektrische velden en dat je kan rekenen met de elektrische energie met behulp van de formule $E_{elek} = qU$.

🎯 Opdrachten

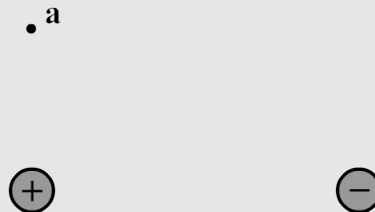
1. (2p) Schets in de volgende twee afbeeldingen de elektrische veldlijnen:



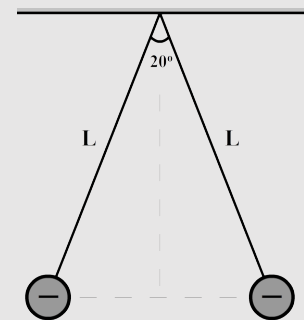
2. (6p) Hieronder zien we twee geladen bollen. De linker bol heeft twee keer zoveel lading als de rechter. Op de punten a en b wordt een positieve testlading geplaatst. Vind met een constructietekening de richting van het elektrische veld op punt a en b.



3. (3p) Hieronder zien we wederom twee geladen bollen. De linker bol heeft twee keer zoveel lading als de rechter. Vind met een constructietekening de richting van het elektrische veld op punt a.



4. Een leerling hangt twee pingpongballen op aan twee touwtjes met elk een lengte van 1,0 m. De touwtjes worden op dezelfde plek bevestigd aan het plafond. De pingpongballen worden omhuld met wat aluminiumfolie en worden voorzien van eenzelfde lading Q. Hierdoor stoten de twee ballen elkaar af en ontstaat er een hoek van 20 graden tussen de touwtjes (zie de rechter afbeelding. Deze afbeelding is niet op schaal afgebeeld). De pingpongballen met folie hebben elk een massa van 20 gram en blijven stil hangen op de plek die in de afbeelding is aangegeven.

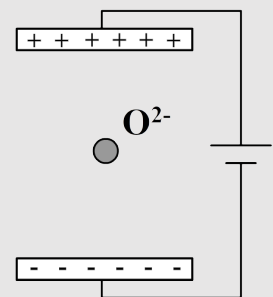


- (5p) Laat met een berekening zien dat de grootte van de elektrische kracht tussen de bollen gelijk is aan 0,034 N (Tip: teken eerst het krachtenevenwicht).
- (4p) Bereken de grootte van de lading Q.

5. (6p) Een persoon plaatst een O^{2-} -ion met een massagetal van 16 tussen twee horizontale condensatorplaten die boven elkaar zijn geplaatst en waarover een kleine spanning van 10 nV staat (zie de onderstaande afbeelding). Voor het elektrisch veld tussen twee platen geldt:

$$E = \frac{U}{d}$$

Bereken hoe groot de afstand tussen de platen moet worden om het zuurstofion te laten zweven.

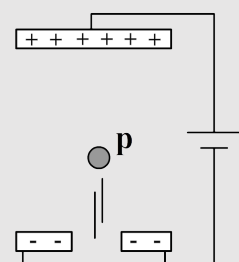


6. Een waterstofatoom bestaat uit een elektron dat in een cirkelbaan beweegt om een proton. In zijn grondtoestand maakt het elektron een cirkelbaan met een straal van 0,053 nm.
- (4p) Bereken de grootte van het elektrische veld dat het elektron ondervindt van het proton.
 - (3p) Laat zien dat de snelheid van het elektron gegeven wordt door:

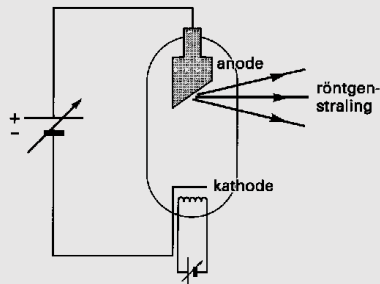
$$v = \sqrt{\frac{fe^2}{rm_e}}$$

- (4p) Bereken hiermee de snelheid.

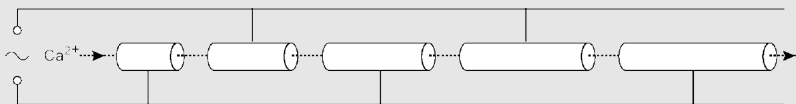
7. (4p) Een onderzoeker wil de snelheid van protonen meten afkomstig uit een radioactieve bron. Hij doet dit door protonen af te laten remmen in het elektrische veld tussen twee condensatorplaten (zie de rechter afbeelding. We bekijken de opstelling van bovenaf). Tussen de platen bevindt zich een diffuus gas dat oplicht als er protonen doorheen schieten. Hiermee kan worden gezien of het proton de andere zijde van de condensator kan bereiken of dat het proton eerder al tot stilstand komt. Het blijkt dat de protonen net de overkant van de condensator bereiken bij een spanning van 800 V. Bereken de oorspronkelijke snelheid van de protonen.



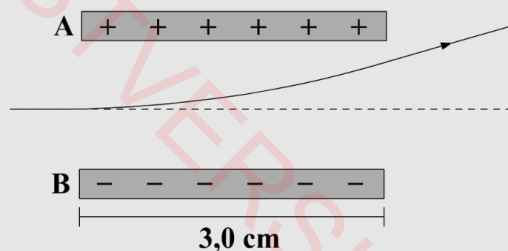
8. Hiernaast is een röntgenbron weergegeven. De röntgenstraling wordt in dit apparaat geproduceerd doordat een gloeidraad een kathode verwarmd, waardoor elektronen loskomen uit het materiaal. Deze elektronen worden dan versneld richting de anode. Als de elektronen tegen de anode botsen komen röntgenfotonen vrij.



- (4p) De spanning over de kathode en de anode wordt ingesteld op 11 kV. Bereken hiermee de golflengte van de fotonen die vrijkomen en laat zien dat het inderdaad om röntgenfotonen gaat. Ga er hierbij vanuit dat elk elektron al zijn energie omzet in een foton.
 - (1p) Leg uit waarom de röntgenbron een groter doordringend vermogen krijgt als de spanning verhoogd wordt.
(Bron: examen HAVO 1999-1)
9. Een onderzoeker wil een calciumion versnellen. Hij doet dit met behulp van een lineaire versneller. Deze versneller bestaat uit een aantal buizen die om en om aan de polen van een wisselspanningsbron verbonden zijn (zie de onderstaande afbeelding). Als gevolg worden de buizen om en om positief en negatief geladen. Binnen in de buizen is het elektrisch veld nul.



- (1p) Leg uit of de lading van de eerste buis positief of negatief moet zijn als het calciumion zich voor de eerste buis bevindt.
 - (2p) Leg uit hoe het calciumion tussen de buizen in telkens blijft versnellen.
 - (1p) Leg uit waarom de buizen telkens langer moeten worden om het ion te kunnen blijven versnellen.
 - (2p) Om het ion nog sterker te versnellen moet de amplitude en de frequentie van de spanningsbron aangepast worden. Leg voor zowel de amplitude als de frequentie uit of deze vergroot of verkleind moeten worden voor een grotere versnelling.
(bron: examen VWO 2005-1)
10. In 1897 ontdekte J. J. Thomson het elektron. Hij ontdekte ook dat het elektron een negatieve lading heeft. Dit deed hij door over een gas zo'n hoge spanning te plaatsen dat er een stroom van elektronen doorheen ging lopen. Hij maakte deze stroom zichtbaar door een gas te kiezen dat oplicht als er elektronen doorheen stromen. Toen plaatste Thomson een condensatorplaat aan weerszijden van de stroom (zie de onderstaande afbeelding). We bekijken de opstelling van bovenaf). Doordat de stroom afboog richting de positieve plaat, wist Thomson dat de elektronen in de stroom negatief moesten zijn.



© wetenschapsschool.nl

Door de afbuiging nader te bestuderen, lukte het Thomson ook om de verhouding tussen de lading en de massa van het elektron (e/m) te bepalen.

- a. (4p) Leid af dat de verhouding tussen de lading en de massa van een elektron gelijk is aan:

$$\frac{e}{m} = \frac{d}{U} a_y$$

U is hier de spanning over de condensatorplaten, a_y is de versnelling in de y -richting en d is de afstand tussen de condensatorplaten. Gebruik hiervoor dat de elektrische veldsterkte tussen condensatorplaten gelijk is aan:

$$E = \frac{U}{d}$$

Je mag de wrijvingskracht en de zwaartekracht verwaarlozen.

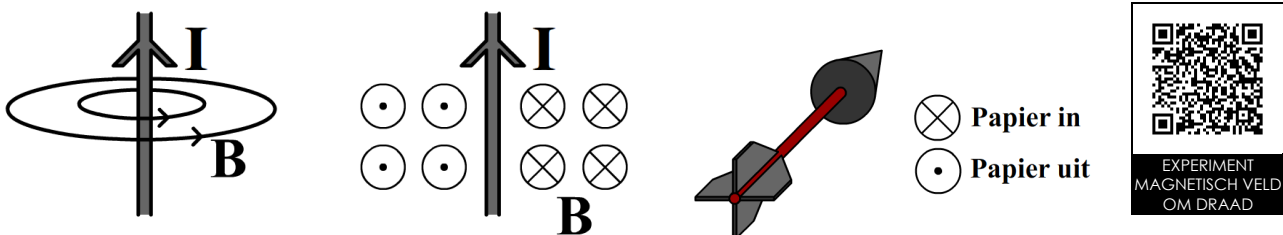
- b. (5p) De elektronen komen tussen de platen aan met een snelheid van $2,6 \times 10^7$ m/s. De lengte van de platen is 3,0 cm, de afstand tussen de platen is gelijk aan 1,2 cm en de spanning over de platen is gelijk aan 410 V. De verplaatsing van de elektronen in de y -richting is gelijk aan $\Delta y = 0,40$ cm. Bereken de verhouding tussen de lading en de massa van het elektron. Gebruik hiervoor de volgende formule:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a_y \Delta t^2$$

§2 Magnetisme

De rest van het hoofdstuk zullen we ons focussen op magnetisme. In deze paragraaf bestuderen we het ontstaan van magneetvelden.

Als geladen deeltjes **bewegen**, dan ontstaat er een **magneetveld** rondom deze deeltjes. De sterkte van dit veld noemen we de **magnetische veldsterkte** of de **magnetische inductie (B)**. We zien dit bijvoorbeeld gebeuren als we stroom door een draad laten lopen. Er ontstaat hierdoor een magneetveld dat in cirkels om de draad loopt (zie de onderstaande linker afbeelding en gebruik de onderstaande QR-code voor een demonstratievideo).

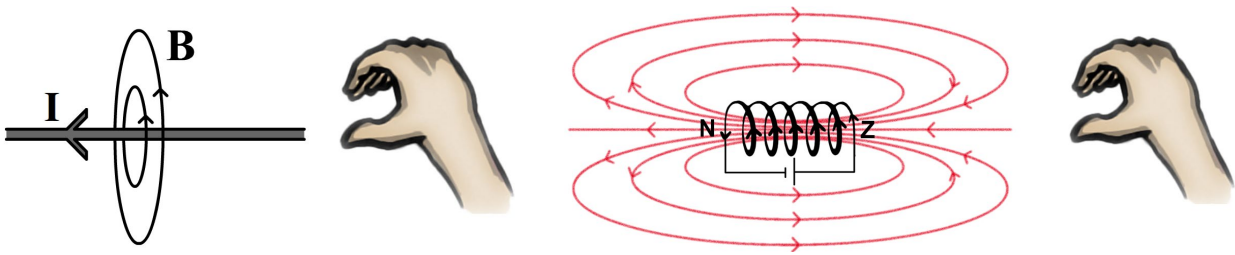


Het is niet altijd even gemakkelijk om in 3D veldlijnen te tekenen. We spreken daarom af dat we veldlijnen die het **papier in gaan** weergeven met een rondje met een kruis erin. Een veldlijn die het **papier uit komt** geven we weer met een rondje met een stip in het midden (zie de bovenstaande middelste afbeelding). Deze notatie is goed te onthouden door een dartpijl voor te stellen die in de richting van het magneetveld prikt. Gaat de pijl het papier in, dan zien we de achterkant van de pijl—een rondje met een kruisje erin. Komt de pijl het papier uit, dan zien we de voorkant van de pijl—een rondje met een stip in het midden (zie de bovenstaande rechter afbeelding).

We kunnen de richting van het magneetveld bepalen met behulp van de richting van de **stroom (I)**. De richting van het magneetveld is te vinden door de **duim** van je rechter hand in de richting van de **stroom (I)** te wijzen. De **vingers** van de hand krommen dan automatisch in de richting van het **magneetveld (B)** (zie de linker onderstaande afbeelding). Het is belangrijk te onthouden dat de stroomrichting (I) loopt van de pluspool naar minpool, maar dat de elektronen juist de andere kant op bewegen (van de min naar de plus).

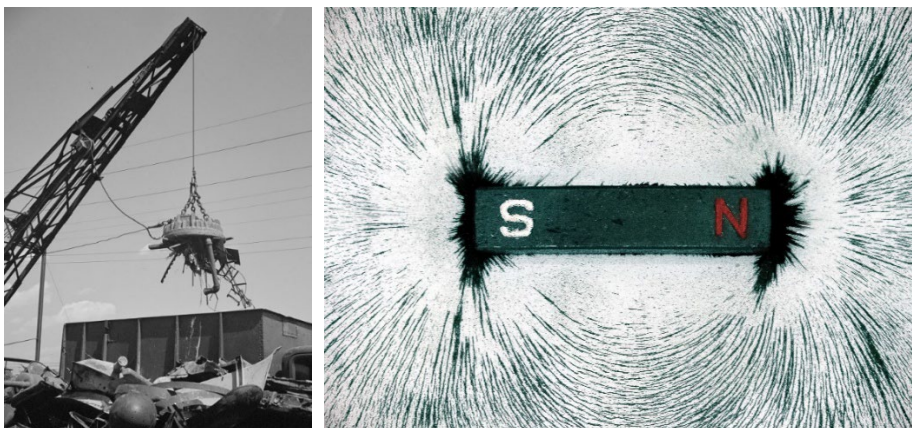
In de rechter afbeelding is een stroomdraad een aantal keer omgewonden tot een **spoel**. Als we stroom laten lopen door een spoel, dan spreken we van een **elektromagneet**. De richting van het magneetveld in de spoel is te vinden met de rechter hand. Als je de **vingers** van je hand in de richting van de **stroom (I)** kromt, dan wijst je **duim** in de richting van

het **magneetveld (B) in de spoel**. Merk op dat het magneetveld buiten de spoel precies de andere kant op wijst. De plek waar de magneetveldlijnen uit de spoel komen noemen we de **noordpool** van de elektromagneet. De kant waar de veldlijnen naar binnen komen noemen we de **zuidpool**.



Een handige eigenschap van een elektromagneet is dat we deze aan en uit kunnen zetten door simpelweg de stroomkring te sluiten of te openen. Dit kan bijvoorbeeld handig zijn bij het sorteren van ijzeren voorwerpen in een berg afval (zie de onderstaande linker afbeelding). IJzer heeft de eigenschap dat het wordt aangetrokken tot zowel de noord- als de zuidpool van een magneet. Als de elektromagneet aan staat, dan trekt het stukken ijzer aan. Als de stroom uitgezet wordt, dan vallen de stukken ijzer er weer vanaf.

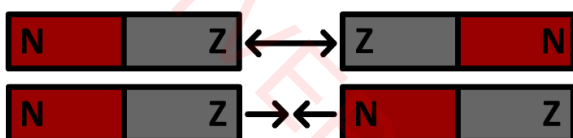
Naast elektromagneten zijn er ook **permanente magneten**. In de afbeelding rechtsonder zijn wat stukjes ijzer rond een permanente magneet neergestrooid. Als kleine kompasnaaldjes gaan deze stukjes ijzer in de richting van het magnetische veld wijzen. Merk op dat het magnetische veld precies dezelfde vorm heeft als bij de elektromagneet. Net als bij de spoel wordt dit veld veroorzaakt door bewegende elektronen. In dit geval de elektronen die rondbewegen in de atomen waaruit de permanente magneet bestaat.



(Afbeelding: Marjory Collins; Library of Congress; PD / Boyce Duprey; CC BY 2.0)

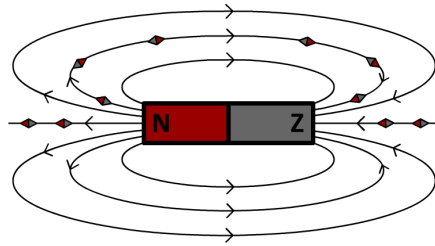
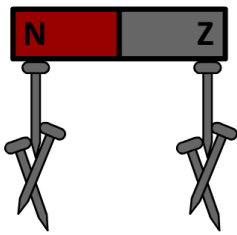
Een magneet kan worden gemaakt door een stuk ijzer op te warmen en in een extern magneetveld te leggen. Dit magneetveld zorgt ervoor dat de elektronen allemaal in dezelfde richting gaan roteren. De optelling van de magneetvelden van al deze elektronen tezamen vormt het magneetveld van een permanente magneet. Als we de magneet nogmaals opwarmen, maar dan zonder extern magneetveld, dan trillen de elektronen in willekeurige richting en heffen de magneetvelden elkaar op. Als gevolg hiervan verdwijnen de magnetische eigenschappen.

Voor zowel permanente magneten als elektromagneten geldt dat gelijke polen elkaar afstoten en verschillende polen elkaar aantrekken:



Wanneer je een **ijzeren** spijker in de buurt van een magneet houdt, wordt deze spijker ook magnetisch en wordt als gevolg door de magneet aangetrokken. Deze spijker kan dan weer een volgende spijker aantrekken (zie de afbeelding linksonder). We noemen dit proces **magnetische influentie**. Als de spijker weer weg wordt gehaald bij de magneet, dan verdwijnen de magnetische eigenschappen weer.

Een bekende toepassing van magnetisme is het **kompas**. Een kompas is niets anders dan een klein magneetje dat een kracht ondervindt van het aardmagnetisch veld. De noordpool van een kompas wijst **in de richting van het magneetveld** en de zuidpool **tegen de richting van het magneetveld in**. In de onderstaande rechter afbeelding zien we hoe een kompas reageert op een permanente magneet.

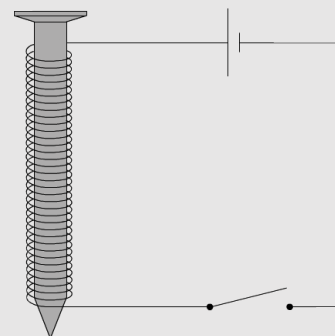
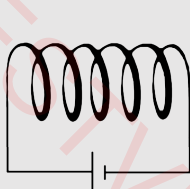
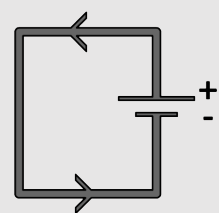


Leerdoelen:

- Zorg dat je het magneetveld om een stroomvoerende draad kan schetsen met behulp van de rechterhandregel.
- Zorg dat je een magneetveld dat het papier in prikt kan aangeven met een rondje met een kruis erin en een magneetveld dat het papier uit prikt met een rondje met een stip erin.
- Zorg dat je het magnetisch veld om een spoel of elektromagneet kan schetsen met behulp van de rechterhandregel. Zorg ook dat je weet dat de veldlijnen bij de noordpool de spoel uitkomen en bij de zuidpool de spoel inkomen.
- Zorg dat je weet dat gelijke polen van permanente magneten of elektromagneten elkaar afstoten en dat verschillende polen elkaar aantrekken.
- Zorg dat je weet dat ijzer en nikkel worden aangetrokken door zowel de noord- als de zuidpool van magneten.
- Zorg dat je weet dat ijzervijlsel en kompassen in de richting van magnetische veldlijnen wijzen.

Opdrachten

1. (2p) Beschrijf de rechterhandregel voor een rechte stroomvoerende draad en de rechterhandregel voor een spoel.
2. In de rechter afbeelding is een stroomkring afgebeeld:
 - a. (2p) Leg uit of de pijlen in de afbeelding de stroomrichting aangeven of de richting van de elektronenstroom.
 - b. (2p) Teken het magneetveld van de linker draad in de schakeling.
3. (2p) Schets het magneetveld in elk van de twee onderste afbeeldingen:



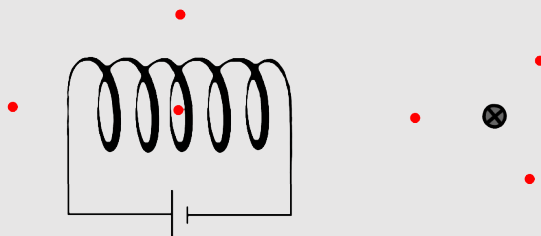
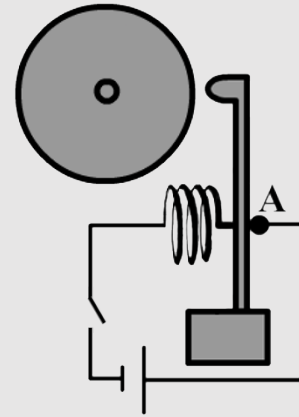
4. (3p) Een spijker wordt magnetisch gemaakt door er een draad omheen te wikkelen en hier stroom doorheen te laten lopen (zie de onderstaande afbeelding). Schets het magneetveld van de spoel en geef met de letters N en Z aan waar de noord- en zuidpool van de spijker zich bevinden.

5. In de rechter afbeelding zien we een schakeling van een schoolbel die continu blijft rinkelen zolang de schakelaar ingedrukt blijft. Bij punt A is een contactje afgebeeld dat in de afbeelding de klepel raakt. Het contactje zit echter niet vast aan de klepel.

- (3p) Beschrijf de werking van de schoolbel.
- (1p) Maakt het voor de werking van de bel uit hoe om de spoel gewikkeld is?

6. (2p) Met een kompas kunnen we de richting van het aardmagnetisch veld vinden. Maak een schets van het magneetveld van de aarde en teken een kompas bij de evenaar. Geef ook met de letters N en Z de noord- en de zuidpool aan van zowel de aarde als de magneet. Merk je iets vreemds op bij het tekenen van de noord en zuidpool van de aarde?

7. (4p) In de onderstaande afbeelding zien we aan de linkerkant een spoel en aan de rechterkant een draad waarbij de stroomrichting het papier in loopt. Ook zien we in beide afbeelding drie stippen. Teken bij al deze stippen een kompas. Geef duidelijk de richting van het kompas aan en aan welke kant de noord- en de zuidpool zich bevindt.



§3 De lorentzkracht

In deze paragraaf bestuderen we de kracht die een magneetveld op een bewegende lading kan uitoefenen. We noemen dit de **lorentzkracht**. Aan het eind van de paragraaf gaan we zien hoe we met behulp van deze kracht een elektromotor kunnen maken.

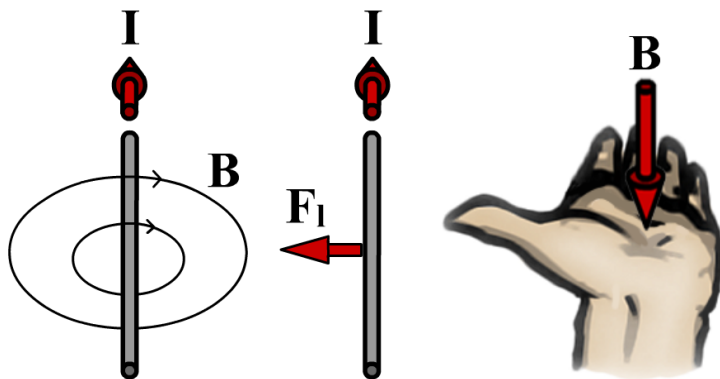
In de vorige paragraaf hebben we gelezen dat bewegende lading zorgt voor een magneetveld. Een magneetveld kan op zijn beurt een kracht uitoefenen op **andere bewegende ladingen**. Deze kracht wordt de **lorentzkracht** (F_L) genoemd. De grootte van de lorentzkracht werkende op een stroomdraad kan als volgt worden berekend:

$$F_L = BIL$$

Lorentzkracht (F_L)	newton (N)
Magnetische veldsterkte / magnetische inductie (B)	tesla (T)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)
Lengte van de stroomdraad (L)	meter (m)

In de volgende afbeelding zien we bijvoorbeeld twee stroomdraden. Met de rechterhandregel uit de vorige paragraaf vinden we dat het magneetveld om de linker draad kromt zoals hieronder is aangegeven. Dit magneetveld van de linker draad valt op de rechterdraad en oefent hier een lorentzkracht uit. Als je je **vingers** van je linkerhand in de richting van de **stroom** (I) laat wijzen en het **magneetveld** (B) in je **palm** laat prikken, dan wijst je **duim** in de richting van de **lorentzkracht** (F_L). In deze afbeelding werkt de lorentzkracht op de rechter draad dus naar links. Hetzelfde kunnen we

doen voor de kracht die het magneteveld van de rechter draad op de linker draad uitoefent. Met de onderstaande QR-code vind je een filmpje waarin dit effect wordt gedemonstreerd.

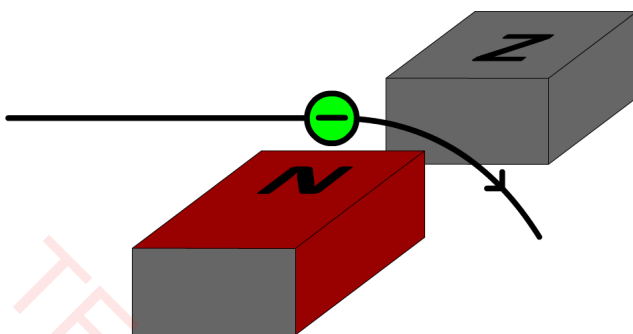


De lorentzkracht werkende op een enkel geladen deeltje dat beweegt met snelheid v kunnen we als volgt berekenen:

$$F_L = Bqv$$

Lorentzkracht (F_L)	newton (N)
Magnetische veldsterkte / magnetische inductie	tesla (T)
Lading (q)	coulomb (C)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

In de onderstaande afbeelding zien we een elektron die naar rechts beweegt door een extern magneteveld. De veldlijnen van het magneteveld lopen van noord naar zuid. Ze gaan in deze afbeelding dus het papier in. Let erop dat de richting van de stroom **tegen de beweging van het elektron** in gaat. Met de linkerhandregel vinden we nu dat de lorentzkracht naar beneden wijst (ga dit na!). Als gevolg buigt het elektron naar beneden af. Met de onderstaande QR-code kan je een filmpje vinden waarin dit wordt gedemonstreerd.



Wat zou er gebeuren als we een positieve lading door dit magneteveld schieten? Bij een positieve lading wijst de stroom (I) wel in de bewegingsrichting van de deeltjes en als gevolg zal de lorentzkracht naar boven wijzen. De positieve lading zou dan omhoog afbuigen. Neutrale deeltjes trekken zich niks aan van het magneteveld en gaan gewoon rechtdoor.

Als je een geladen deeltje een magneteveld in schiet, dan zorgt de lorentzkracht ervoor dat dit deeltje een cirkelbaan gaat uitvoeren. Bij een cirkelbaan kunnen we de lorentzkracht gelijk stellen aan de middelpuntzoekende kracht:

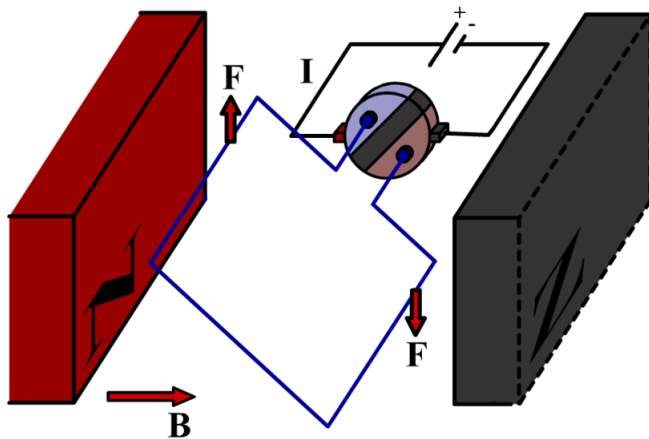
$$F_L = F_{mpz}$$

$$Bqv = \frac{mv^2}{r}$$

Door deze formule om te schrijven kunnen we bijvoorbeeld de massa van geladen deeltjes bepalen:

$$m = \frac{Bqr}{v}$$

De belangrijkste toepassing van de Lorentzkracht is de **elektromotor**. Een elektromotor zet **elektrische energie** om in **kinetische energie**. In het filmpje dat met de middelste onderstaande QR-code te bereiken is zien we een simpele vorm van een elektromotor. De stroom loopt hier door de magneet en zorgt voor een Lorentzkracht die de magneet laat draaien. Hieronder zien we een meer stabiele elektromotor. Het magnetenveld in de afbeelding zorgt ervoor dat er Lorentzkrachten gaan werken op het stroomlusje tussen de magneten. Deze krachten roteren de lus, totdat het in een verticale positie komt te staan.



Om het draad nu verder te laten roteren is het nodig dat de krachten omdraaien. Dit gebeurt in deze opstelling automatisch, doordat vanaf dit moment de stroomrichting in het draad omdraait. Dit gebeurt dankzij de **collector**. Dit is een cilindervormig onderdeel dat bestaat uit twee geleidende halve schijven, met daartussen een stukje isolerend materiaal. In de bovenstaande afbeelding is het ene deel van de collector verbonden met de plus en het andere deel met de min. Als de collector echter genoeg draait, zal dit omdraaien. Hierdoor draait de stroomrichting in de lus om en als gevolg ook de Lorentzkracht. Op deze manier blijft het lusje draaien. In de animatie op de website (zie de rechter QR-code op de vorige bladzijde) is dit proces goed te zien. In werkelijkheid wordt er in plaats van een enkele draad een hele spoel gebruikt in een elektromotor. De Lorentzkracht werkt dan op elke winding van de spoel, waardoor de resulterende kracht veel groter wordt.

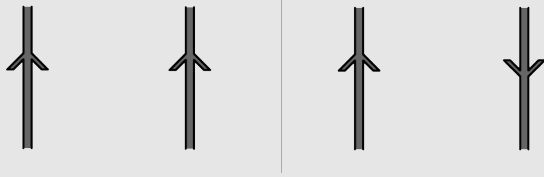
Leerdoelen:

- Zorg dat je kan rekenen met de Lorentzkracht met behulp van de formules F_{Bil} en $F_L = Bqv$. De eerste formule gebruik je bij een stroomvoerende draad en de tweede bij bewegende lading.
- Zorg dat je weet dat de Lorentzkracht ontstaat als geladen deeltjes door een magnetenveld bewegen. Zorg ook dat je met de linkerhandregel de richting van de Lorentzkracht kan bepalen.
- Zorg dat je weet dat de stroomrichting in de bewegingsrichting wijst van positieve ladingen en tegen de bewegingsrichting van negatieve ladingen.
- Zorg dat je weet dat geladen deeltjes in een magnetenveld cirkelbanen afleggen dankzij de Lorentzkracht. In deze gevallen kan je de Lorentzkracht gelijkstellen aan de middelpuntzoekende kracht.
- Zorg dat je de werking van de elektromotor begrijpt. Snap o.a. waarom de collector nodig is om elke halve rotatie de stroom van richting om te draaien.

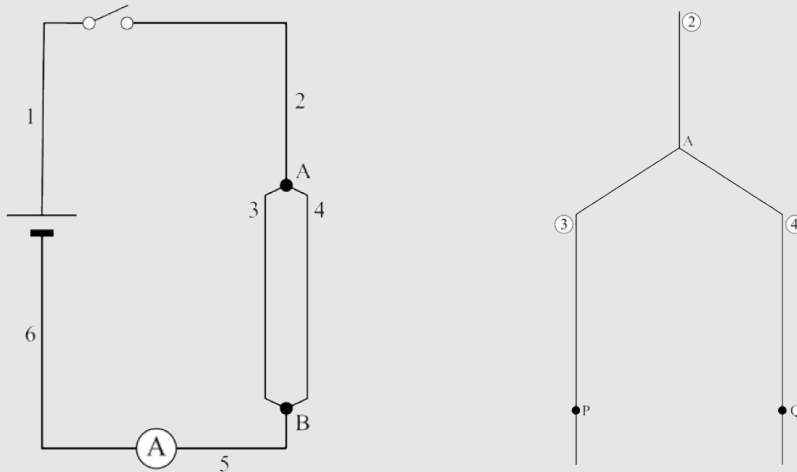
Opdrachten

1. (1p) Beschrijf het gebruik van de linkerhandregel.

2. (4p) Teken in de onderstaande afbeelding de richting van het magneetveld van beide draden en de richting van de Lorentzkracht. De pijlen in de afbeelding geven de stroomrichting aan.



3. Een leerling maakt de volgende schakeling van een zestal dezelfde draden (zie de linker onderstaande afbeelding). De ampèremeter geeft 25 A aan. In de rechter afbeelding is ingezoomd op draad 2, 3 en 4:



- a. (3p) Bepaal in welke richting de Lorentzkracht werkt op punt Q. Teken hiervoor ook het relevante magneetveld en geef aan in welke richting de stroom loopt.
- b. (4p) De sterkte van het magneetveld om een draad wordt gegeven door:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

μ_0 is de magnetische permeabiliteit en is te vinden in BINAS tabel 7. r is de afstand tot de draad in meter. De draden 3 en 4 bevinden zich op een afstand van 4,0 cm van elkaar en hebben een lengte van 50 cm. Bereken de grootte van de Lorentzkracht op draad 4.

(bron: examen VWO 2013-2)

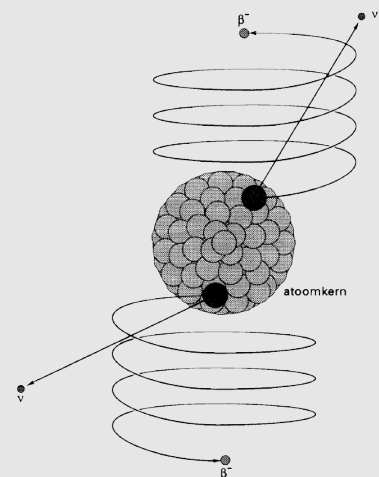
4. Bij verval van Seleen-82 komen twee elektronen vrij (ook wel β^- -deeltjes genoemd). Dit weten we door het seleenatoom in een sterk extern magneetveld te plaatsten. De elektronen maken dan de baan die in de afbeelding geschetst is.

- a. (3p) In welke richting loopt het magneetveld. Licht je antwoord toe.
- b. (2p) Leg uit hoe het pad van een positron eruit had gezien.

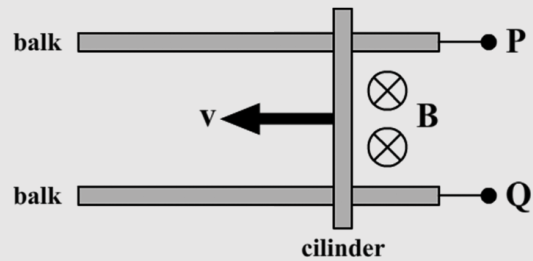
(bron: examen VWO 1993-1)

5. Permanente magneten en elektromagneten werken dankzij hetzelfde principe, namelijk door de vorming van magneetvelden om stromende lading.

- a. (1p) Wat zorgt er in een permanente magneet voor stromende lading?
- b. (2p) Als je een permanente magneet warm maakt, dan verdwijnen de magnetische eigenschappen. Verklaar dit.

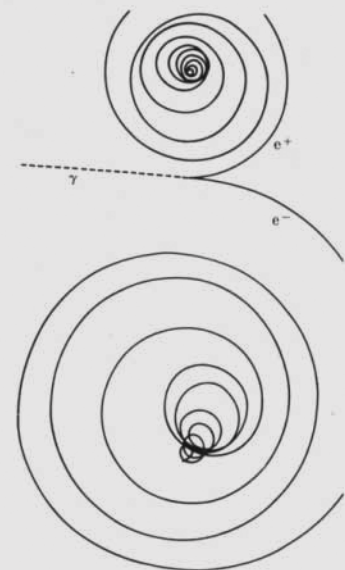
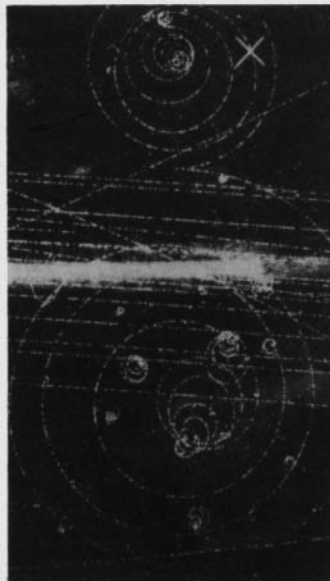


6. In de rechter afbeelding zien we een schakeling bestaande uit twee metalen balkjes en een metalen cilinder die vrij kan bewegen over deze balkjes. Tussen punt P en Q wordt een batterij aangesloten die een stroomsterkte van 1,2 A levert. De schakeling wordt van boven af bekeken. We laten een magneetveld met een magnetische inductie van 0,10 T van boven naar beneden op de schakeling vallen. De balkjes zijn 20 cm lang en de afstand tussen de balkjes is 10 cm.



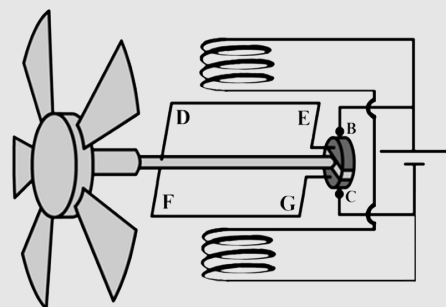
- (2p) Als de stroomkring gesloten wordt, begint de cilinder naar links te bewegen. Geef de richting van de stroom. Licht je antwoord toe.
- (3p) Bereken de lorentzkracht die op de cilinder werkt.

7. In de rechter afbeelding zien we de sporen van deeltjes in een zogenaamd bubbelvat. Deeltjes laten in dit vat een spoor van bubbeltjes achter die gefotografeerd kunnen worden. Over het vat staat ook een extern magnetisch veld. Dit veld zorgt ervoor dat er een lorentzkracht gaat werken op de geladen deeltjes. In het rechter voorbeeld zien we een foton (een lichtdeeltje) dat plotseling verandert in een elektron en een positron. De afbeelding is op ware grootte weergegeven.



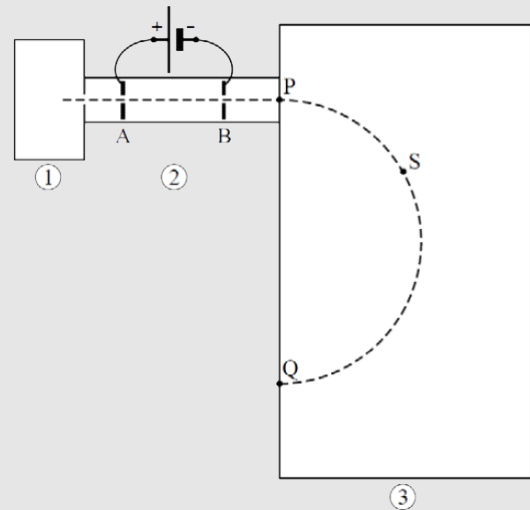
- (3p) Bepaal met behulp van de afbeelding de richting van het magneetveld.
 - (5p) Nadat de deeltjes ontstaan, beginnen ze aan een cirkelbaan in het magneetveld. Door de wrijvingskracht die de deeltjes ondervinden spiraliseren ze naar binnen. In het eerste deel van de beweging heeft de wrijvingskracht echter nog weinig invloed gehad op de beweging. Bepaal met behulp van de afbeelding de oorspronkelijke snelheid van het elektron. De magnetische inductie van het externe magneetveld is 0,011 T.
8. Je haalt een ventilator uit elkaar en vindt de schakeling die hieronder schematisch getekend is:

- (2p) Wat is de richting van het magneetveld tussen de twee spoelen in?
- (2p) Wat zijn de richtingen van de kracht op het draadstuk DE en FG?
- (1p) In de afbeelding is een cilindervormig apparaat afgebeeld genaamd een commutator (ook wel een collector genoemd). Waarom is het cilindervormige apparaat nodig om de ventilator in beweging te laten blijven?
- (4p) Werkt de ventilator ook als we de gelijkspanningsbron vervangen door een wisselspanningsbron. Leg je antwoord uit.



- (3p) In werkelijkheid wordt de enkele winding DEFG vervangen door een spoel met N windingen. Dit zorgt ervoor dat op zijde DE en FG van de spoel elk een lorentzkracht van 15 N wordt uitgeoefend, genoeg om de ventilator te laten draaien. De magnetische inductie is gelijk aan 10 T, draadstukken DE en FG zijn elk 3,0 cm lang en de stroomsterkte is 200 mA. Bereken het aantal windingen dat gebruikt is.

9. Lood in ertsen uit mijnen bestaat voornamelijk uit de isotopen lood-206, lood-207 en lood-208. Om na te gaan of een bepaalde isotoop in een stofmengsel aanwezig is, kan een massaspectrometer gebruikt worden. Hiernaast is een massaspectrometer schematisch weergegeven.



Het stofmengsel wordt eerst gasvormig gemaakt en daarna onder lage druk in de ionisatieruimte (1) gebracht. De geïoniseerde moleculen of atomen komen vervolgens in een vacuümruimte (2). Hierin worden ze door een elektrisch veld versneld. In ruimte (3) worden ze door een magnetisch veld afgebogen en ten slotte in punt Q gedetecteerd. Een mengsel met éénwaardige positieve ionen van lood-206, lood-207 en lood-208 komt met een te verwaarlozen beginsnelheid in ruimte (2).

- (4p) Beredeneer welke van de drie isotopen in P de grootste snelheid heeft.
- (3p) Vervolgens worden de deeltjes afgebogen door het magnetisch veld. De ionen doorlopen een halve cirkelbaan. Bepaal de richting van het magnetisch veld in ruimte (3). Geef daartoe eerst in punt S de richtingen aan van de snelheid en de lorentzkracht.
- (5p) In punt Q worden de ionen gedetecteerd. Uit de sterkte van het magnetisch veld B en de versnelspanning U_{AB} kan worden afgeleid om welke isotoop het gaat. De massa van een isotoop kan worden berekend met de volgende formule:

$$m = \frac{B^2 q r^2}{2U_{AB}}$$

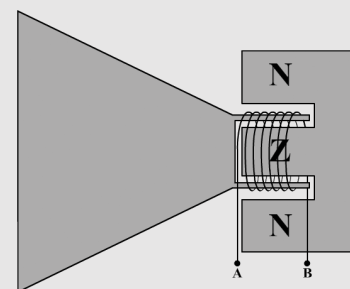
Leid deze formule af met behulp van formules uit BINAS.

- (3p) De sterkte van het magnetisch veld wordt ingesteld op 0,182 T. De afstand PQ bedraagt 56,0 cm. Bereken de versnelspanning waarbij lood-207-ionen in de detector in punt Q terecht komen.

(bron: examen VWO 2010-1)

10. (8p) Een Ca^{2+} -ion met een massagetal van 48 wordt vanuit stilstand versnelt tussen twee geladen platen waarover een spanningsverschil van 2,40 kV staat. Het versnelde ion komt dan in een extern magneetveld terecht. Het ion maakt in dit magneetveld een halve cirkelbaan met een diameter van 52,6 cm. Bereken de grootte van de magnetische inductie B van dit externe veld.

11. (4p) Een leerling maakt zelf een simpele luidspreker. De luidspreker bestaat uit een papieren conus die heen en weer kan bewegen om geluidsgolven te produceren. Aan de conus is een spoel bevestigd en deze wordt over de zuidpool van een permanente magneet geschoven (zie de rechter afbeelding). Leg uit in welke richting de stroom moet stromen om de conus in te schuiven.



12. (LASTIG, MAAR INZICHTELIJK) In de onderstaande afbeelding zijn twee keer twee stroomkringen weergegeven, die zich boven elkaar bevinden:

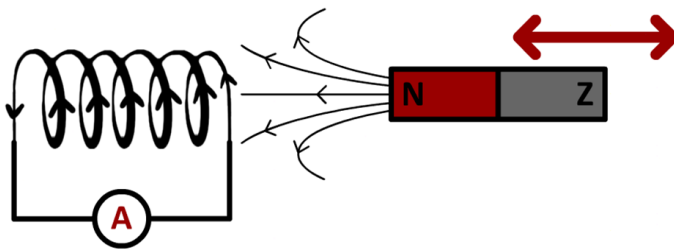
- (4p) Teken de magneetvelden die de loopjes genereren en de lorentzkrachten die deze magneetvelden tot gevolg hebben. Schrijf ook bij elke stroomkring waar de noord- en zuidpool zich bevinden.
- (1p) In de vorige vraag zien we waarom elektromagneten elkaar afstoten of aantrekken. Dit komt door de lorentzkracht. Permanente magneten werken op een soortgelijke manier. Leg uit welke stroom hier zorgt voor de lorentzkracht.



§4 Inductie

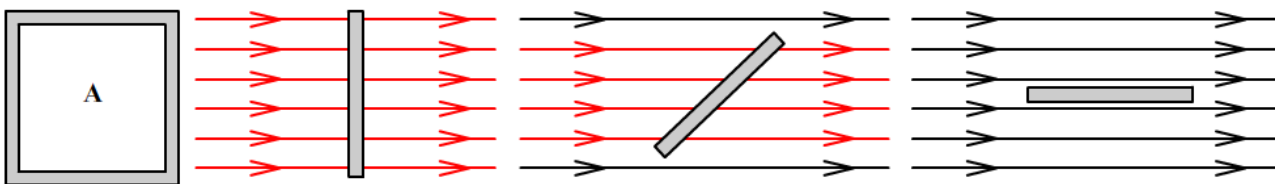
In de vorige paragraaf hebben we gezien hoe we met een stroom en een magneetveld een kracht kunnen opwekken. In deze paragraaf gaan we zien dat we met een veranderend magneetveld een stroom kunnen opwekken. We noemen dit *inductie*.

Eerder in dit hoofdstuk hebben we gelezen dat bewegende ladingen zorgen voor een magneetveld. In deze paragraaf gaan we het omgekeerde proces bestuderen: een **veranderend magneetveld** kan ervoor zorgen dat **ladingen** gaan **bewegen**. We kunnen dit bijvoorbeeld zien als we een magneet bewegen in de buurt van een spoel. Door het bewegen van de magneet gaat er een stroom lopen door de schakeling. Op deze manier kunnen we **kinetische energie** (de beweging van de magneet) omzetten in **elektrische energie**. We noemen dit effect **inductie** (gebruik de onderstaande QR-code voor een demonstratiefilmpje).



Inductie vindt o.a. plaats in een **dynamo**. De beweging van het wiel van je fiets zorgt voor de beweging van magneten in de dynamo. Deze bewegende magneten zorgen er weer voor dat er een stroom gaat lopen door een spoel en hiermee gaat je lamp branden. Ook **energiecentrales** werken op deze manier. In bijvoorbeeld een waterkrachtcentrale zorgt water ervoor dat een **turbine** gaat roteren. In een zogenaamde **generator** worden hiermee spoelen geroteerd binnen een magnetisch veld. Als gevolg gaat er in de spoel een stroom lopen.

Om de grootte van de **inductiespanning** te kunnen bepalen, moeten we eerst het begrip **flux** (Φ) begrijpen. De flux is een maat voor de hoeveelheid magnetische veldlijnen die door een **oppervlak** (**A**) steekt. Neem bijvoorbeeld een stroomdraad in de vorm van een vierkant (zie de linker onderstaande afbeelding). In de rechter drie afbeeldingen zien we deze draad van de zijkant in een extern magnetisch veld. Door de draad te kantelen kunnen we meer of minder veldlijnen door dit oppervlak laten prikken. Hoe minder veldlijnen er door dit oppervlak prikken, hoe kleiner de flux. In de meest rechtse afbeelding is de flux zelfs nul.

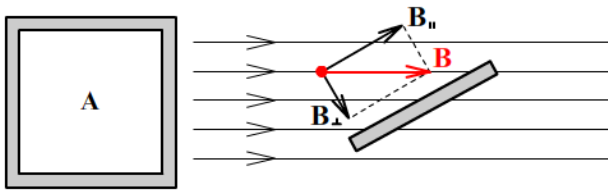


De grootte van de flux kunnen we met de volgende formule berekenen:

$$\phi = B_{\perp} A$$

Flux (ϕ)	weber (Wb)
De loodrechte component van de magnetische veldsterkte / magnetische inductie (B_{\perp})	tesla (T)
Oppervlak (A)	vierkante meter (m ²)

B_{\perp} staat voor de component van de magnetische inductie in de richting **loodrecht op het oppervlak** (zie de onderstaande afbeelding).



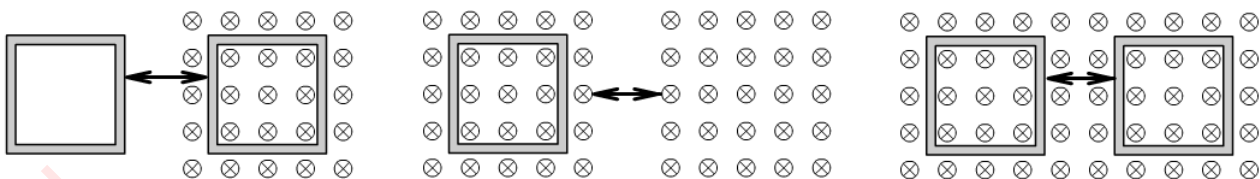
Een **verandering van de flux in de tijd** zorgt dat er een spanning (U) ontstaat. We noemen dit de **inductiespanning (U_{ind})**. De grootte van deze spanning kunnen we als volgt berekenen:

$$U_{ind} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

Inductiespanning (U_{ind})	volt (V)
Flux (ϕ)	weber (Wb)
Tijd (t)	seconde (s)
Aantal windingen (N)	windingen

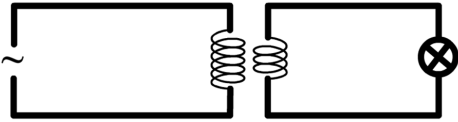
In ons vierkante stroomlusje was het **aantal windingen (N)** gelijk aan 1, maar deze formule kan dus ook gebruikt worden voor een spoel met N windingen. $d\phi/dt$ is de **afgeleide van de flux naar de tijd**. Er geldt dus dat hoe **sneller de flux verandert**, hoe **groter de inductiespanning** wordt. Als de flux constant is, dan wordt deze afgeleide nul en is er dus geen spanning.

Er zijn een aantal manieren om de flux te veranderen. We hebben hierboven bijvoorbeeld gezien dat dit kan door de stroomkring te roteren in een magneetveld. Een andere manier is door de stroomkring in en uit een magneetveld te bewegen (zie de eerste onderstaande afbeelding) of door het magneetveld in en uit de stroomkring te bewegen (zie de tweede afbeelding). In de derde afbeelding ontstaat **geen** inductiespanning. Hoewel de stroomkring beweegt in het magneetveld, blijft het aantal **veldlijnen** dat door de stroomkring prikt **gelijk** en als gevolg hebben we **geen fluxverandering** en dus ook **geen inductiespanning**.



Een andere belangrijke toepassing van inductie is de **transformator**. In de onderstaande afbeelding is te zien dat een transformator uit twee schakelingen bestaat. De linker schakeling bestaat uit een wisselspanningsbron en een spoel. De wisselspanning zorgt voor een veranderd magneetveld in de spoel. Dit veranderend magneetveld zorgt voor een fluxverandering in de spoel in de rechter schakeling en als gevolg gaat hier een inductiestroom lopen (zie ook de QR-code voor een demonstratievideo).





De transformator heeft een aantal nuttige toepassingen. Een transformator kan bijvoorbeeld gebruikt worden om elektrische tandenborstels op te laden zonder dat er bedrading loopt van de oplader naar de tandenborstel. Als gevolg kunnen we de tandenborstel veilig gebruiken in de badkamer zonder het risico dat er kortsluiting ontstaat.

Een transformator kan ook gebruikt worden om de spanning omhoog of omlaag te transformeren. Over een stopcontact staat bijvoorbeeld altijd een spanning van 230 V. Dit is voor veel apparaten echter veel te hoog. Laptops werken bijvoorbeeld op zo'n 20 V. Door een goede verhouding te kiezen tussen de windingen van de twee spoelen kan de spanning omhoog of omlaag getransformeerd worden.

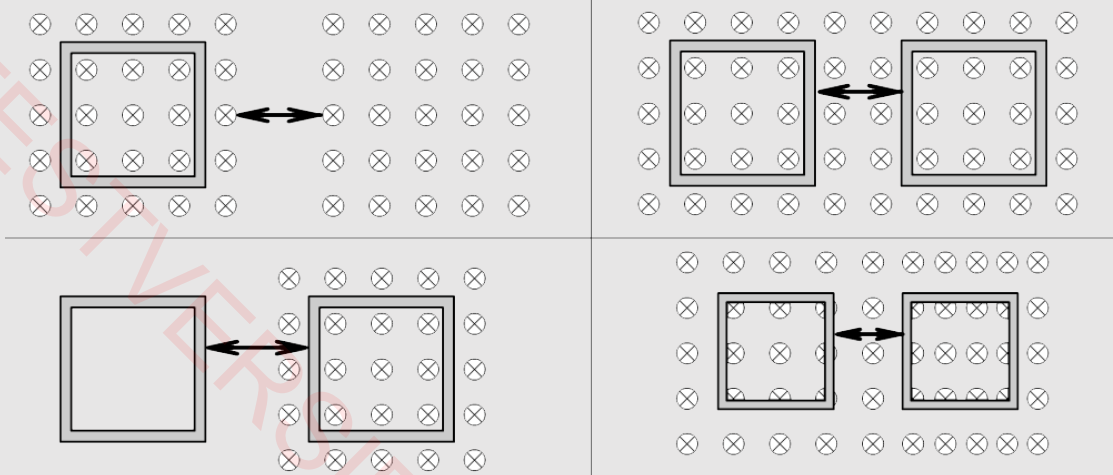


Leerdoelen:

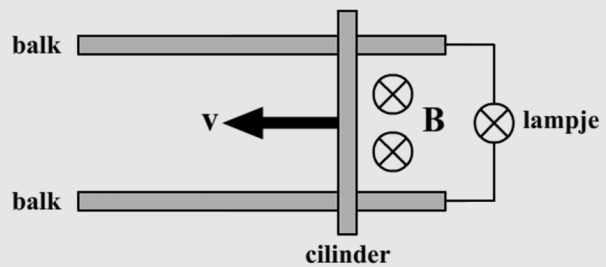
- Zorg dat je weet dat het bewegen van een magneet in de buurt van een spoel (of het bewegen van een spoel in de buurt van een magneet) ervoor zorgt dat er spanning wordt opgewekt in de spoel. We noemen dit inductiespanning. Bij een generator en een dynamo wordt op deze manier elektriciteit opgewekt.
- Zorg dat je kan rekenen met de flux met behulp van de formule $\Phi = B_{\perp}A$, waarbij B_{\perp} de component van het magneetveld is dat door de stroomlus wijst.
- Zorg dat je weet dat fluxverandering door een stroomlus zorgt voor een inductiespanning. Zorg dat je hiermee kan rekenen met behulp van de formule $U_{\text{ind}} = -N d\Phi/dt$, waarbij N het aantal windingen van de stroomlus is en $d\Phi/dt$ de verandering van de flux in de tijd.
- Zorg dat je weet dat je $d\Phi/dt$ kan bepalen met behulp van een raaklijn in een (Φ, t) -diagram.
- Zorg dat je weet dat bij constante flux de inductiespanning nul is.
- Zorg dat je de werking van een transformator kan beschrijven met behulp van het begrip fluxverandering.

Opdrachten

1. (2p) Leg uit hoe je een inductiestroom opwekt. Gebruik in je antwoord het woord "flux".
2. (4p) Leg in elk van de onderstaande voorbeelden uit of er een inductiestroom gaat lopen of niet.



3. In de rechter afbeelding zien we een stroomlusje met daarin opgenomen een lampje en een metalen cilinder van 10 cm die vrij kan bewegen over twee metalen balkjes. De schakeling wordt van boven af bekeken. Over de schakeling werkt een magneetveld met een magnetische inductie van 0,10 T. Dit magneetveld wijst van boven naar beneden.



- (2p) Een persoon beweegt de cilinder handmatig naar links. Treedt er hierdoor een inductiestroom op? Leg je antwoord uit.
- (4p) Op het lampje staat dat deze optimaal brandt bij 3,0 V. Laat zien dat de cilinder met een snelheid van 300 m/s bewogen moet worden om het lampje op deze manier te laten branden. Bereken hiervoor eerst de fluxverandering die in de eerste seconde zou ontstaan.
- (4p) We zouden deze snelheid ook op een andere manier kunnen uitrekenen. Als we de cilinder in de richting weg van de lamp bewegen, dan gaat er een lorentzkracht werken op de elektronen in de cilinder. Hierdoor ontstaat aan de ene kant van de cilinder een ophoping van negatieve ladingen en aan de andere kant een ophoping van positieve ladingen. De cilinder werkt dan als een spanningsbron, waardoor er een stroom gaat lopen door het lampje. Ga na aan welke kant van de cilinder de positieve ladingen ophopen en aan welke kant de negatieve ladingen ophopen. Geef op basis van dit antwoord de stroomrichting door het lampje.
- (4p) De ophoping van ladingen aan de uiteinden van de cilinder zorgt voor een spanningsverschil. Dit spanningsverschil bouwt op totdat de elektrische kracht opgewekt door dit spanningsverschil even groot is als de lorentzkracht. Er geldt dan dus:

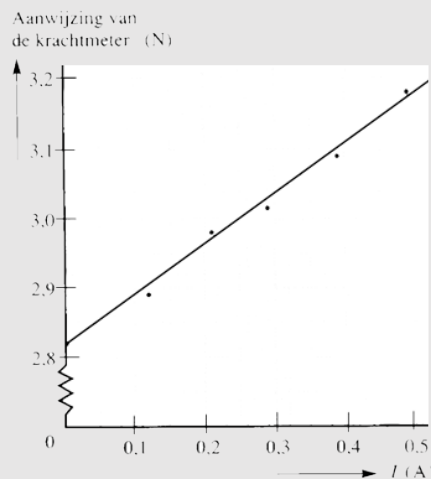
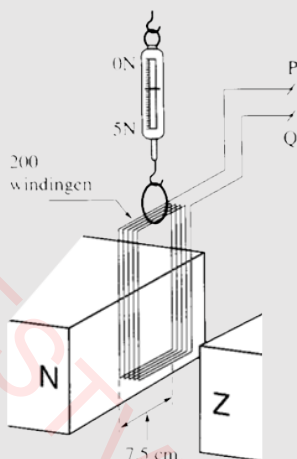
$$F_{elek} = F_L$$

Bereken hiermee nogmaals de snelheid waarmee we de cilinder moeten bewegen. Gebruik hierbij dat:

$$E = \frac{U}{d}$$

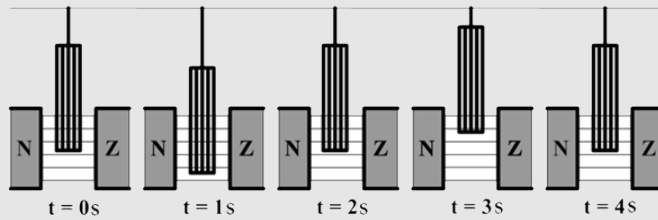
d is hier de afstand tussen de polen (oftewel de lengte van de cilinder).

4. Een spoel met 200 windingen wordt aan een krachtmeter gehangen in een homogeen magneetveld. Tussen punten P en Q wordt een spanningsbron aangesloten. In de grafiek wordt de relatie beschreven tussen de stroomsterkte in de draad en de kracht zoals deze werd afgelezen op de krachtmeter.



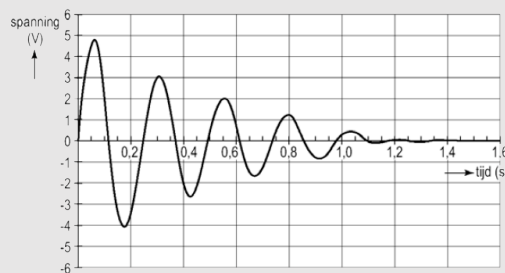
- (1p) Leg uit wat er met de spoel gebeurt als de stroomsterkte toeneemt.
- (1p) Waarom begint de grafiek niet in de oorsprong?
- (5p) Bepaal de magnetische inductie B bij een stroomsterkte van 0,4 A.
- (3p) Loopt de stroom van P naar Q of van Q naar P?

- e. (6p) De spanningsbron wordt afgekoppeld en de punten P en Q worden met elkaar verbonden. We trekken de spoel een stukje uit zijn evenwichtstand en laten de spoel dan los. De spoel begint hierdoor op en neer te trillen in het magnetenveld. Hieronder zien we de spoel op verschillende momenten tijdens een trilling afgebeeld.



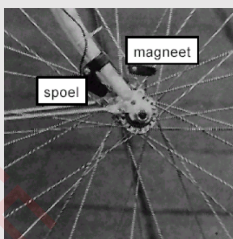
Schets een (flux,tijd)-diagram en een (spanning,tijd)-diagram, gebruikmakend van de tijden in de bovenstaande afbeelding. Geef in deze diagrammen met kruisjes aan op welke momenten de inductiestroom in de draad het grootst is.

5. (2p) Een leerling maakt een opstelling bestaande uit twee magneten en een spoel (zie de onderstaande afbeelding). De twee magneten stoten elkaar af en als gevolg blijft de tweede magneet een stuk zweven boven de eerste magneet. Door de zwevende magneet een tikje te geven, begint deze te trillen. Dankzij inductie ontstaat dan een meetbare inductiestroom in de spoel. In het rechter diagram zien we hoe deze inductiespanning verandert in de tijd. De meting is niet direct bij het loslaten van de magneet gestart. Geef in het diagram aan op welke momenten de magneet zich in zijn uiterste standen bevindt.



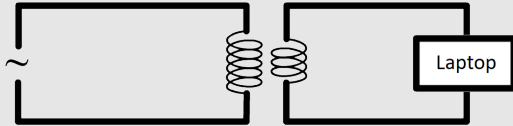
(bron: examen VWO 2005-2)

6. Een persoon monteert een zelfgemaakte dynamo op zijn fietswiel. De persoon doet dit door een magneet aan een spaak te bevestigen en een spoel aan de voorvork van de fiets (zie de onderstaande foto). Als het wiel ronddraait, dan beweegt de magneet periodiek langs de spoel en creëert zo een inductiespanning. In het rechter diagram is deze spanning uitgezet tegen de tijd.



- (3p) Telkens als de magneet langskomt, wordt de spanning negatief, een moment nul en daarna positief. Leg uit waarom dit gebeurt.
 - (3p) De oppervlakte onder de positieve piek is gelijk aan de oppervlakte onder de negatieve piek. Leg uit waarom dit noodzakelijk het geval moet zijn.
7. (3p) Bij een inductiekookplaat wordt warmte opgewekt in de metalen bodem van een pan door middel van inductie. In de inductiekookplaat zit namelijk een spoel die aangesloten is op een wisselspanning. Leg uit hoe de pan verwarmd wordt door de inductiekookplaat.

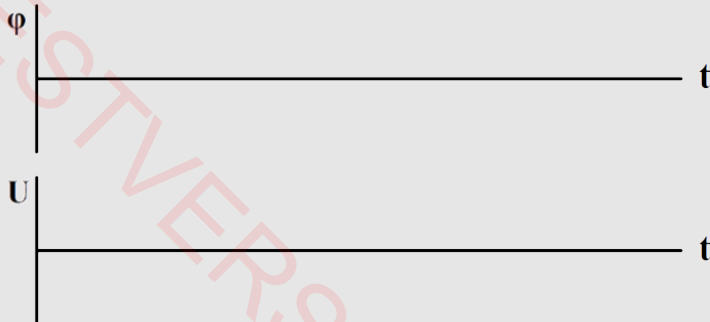
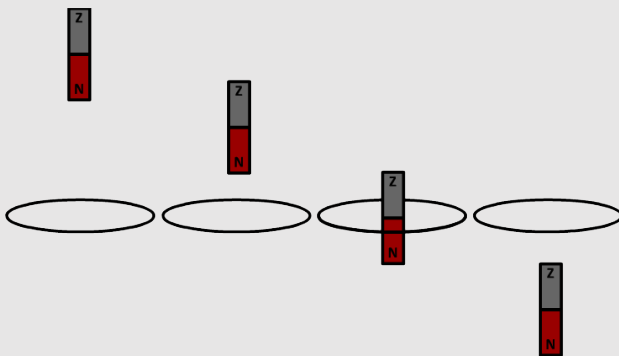
8. (4p) Een transformator kan worden gebruikt om spanning te verhogen of verlagen. Een dergelijk apparaat zit bijvoorbeeld in de adapter van een laptop. Hiermee wordt de 230 V van het stopcontact verlaagt naar een spanning waarop de laptop goed functioneert. Een transformator bestaat uit twee spoelen (zie de onderstaande afbeelding). Leg uit hoe de transformator werkt. Leg ook uit waarom een transformator alleen werkt met een wisselspanning.



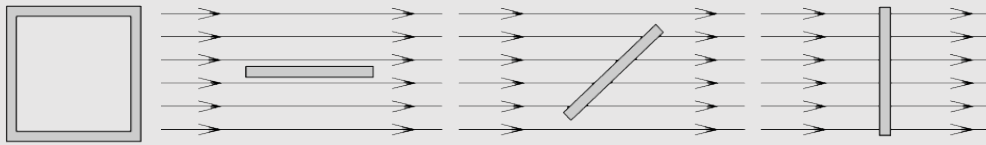
9. (6p) Een leerling sleept een vierkant stroomlusje met zijden van 10 cm een homogeen magneetveld binnen. De sterkte van het magneetveld is 0,10 T. De leerling trekt het lusje met een snelheid van 30 cm/s het magneetveld in. In het stroomlusje is ook een weerstand van 5,0 mΩ en een ampèremeter toegevoegd. Bereken wat de ampèremeter aan zal geven.



10. (4p) Als we een magneet door een metalen buisje gooien, dan zal de magneet een stuk langzamer vallen dan je misschien zou verwachten. Leg uit hoe dit komt.
11. (3p) Je laat een magneet door een stroomlusje vallen. In de onderstaande afbeelding zie je de magneet op verschillende momenten van de val. Schets in de onderstaande twee diagrammen hoe de spanning en de flux in de tijd zullen veranderen in de lus.



12. Een persoon roteert een vierkante stroomlus in een homogeen magneetveld (zie de onderstaande afbeelding). De magnetische inductie van het veld is 0,50 T en de stroomlus heeft zijden van elk 3,0 cm.



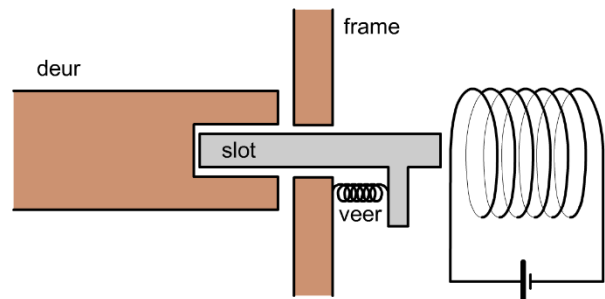
- (6p) Bereken (!) in de drie bovenstaande afbeeldingen de flux. In de tweede afbeelding staat de stroomlus onder een hoek van 45 graden met de horizon.
- (3p) De lus draait met een omlooptijd van 1,0 seconde. Maak een (ϕ, t) -diagram van een volledige omlooptijd.
- (2p) Geef aan in welk van de bovenstaande afbeeldingen de inductiespanning nul is en in welke maximaal. Licht je antwoord toe.
- (2p) Bij het roteren wordt automatisch een wisselspanning opgewekt. Leg uit dat dit het geval is.
- (5p) Maak nu een (U, t) -diagram van een volledige omlooptijd. Bedenk hiervoor eerst hoe je de maximale inductiespanning kan bepalen met behulp van de grafiek die je bij vraag b getekend hebt.

§5 Oefentoets

Elektrisch deurslot

In de onderstaande afbeelding is schematisch een elektrisch slot afgebeeld dat open en dicht gaat met behulp van een elektromagneet en een ijzeren pin.

- (2p) Teken het magnetische veld dat de spoel produceert. Geef ook duidelijk aan, aan welke kant de noordpool en de zuidpool van de spoel zich bevindt.
- (1p) Leg uit hoe het slot werkt, inclusief het nut van de veer.
- (1p) Leg uit of het in dit geval uit maakt of het magneetveld naar links of naar rechts wijst.



De dipool

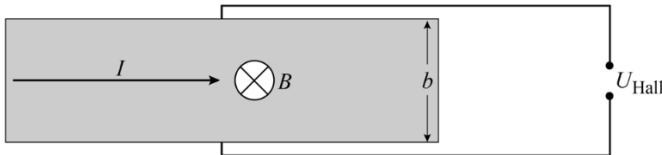
Bij het vak scheikunde heb je geleerd dat een watermolecuul aan beide zijden een beetje geladen is. De kant waar het zuurstofatoom zit is een beetje negatief en de kant waar de waterstofatomen zitten is een beetje positief. Om te leren wat het effect hiervan is, kunnen we het molecuul voorstellen als een positieve en negatieve lading met waarden $+0.834e$ en $-0.834e$ die een afstand van 95,7 pm van elkaar verwijderd zijn. We noemen een dergelijk systeem ook wel een dipool.

- (4p) In de rechter afbeelding is deze dipool schematisch afgebeeld. Op de plek waar de zwarte stip is afgebeeld wordt een positieve testlading geplaatst. Laat met een constructietekening zien wat de richting van het elektrische veld is op de positie van de testlading.
- (2p). Bepaal de elektrische veldsterkte van de positieve lading van het watermolecuul op de positie van de testlading.



Joystick met Hall-sensor

Een slimme manier om een joystick te maken is met een Hall-sensor. Deze sensor bestaat uit een metalen strip met breedte (b) waar een stroom (I) doorheen loopt, zoals te zien in de onderstaande afbeelding (de spanningsbron die zorgt voor deze stroom is niet afgebeeld). Loodrecht op de strip staat ook een extern magneetveld (B). Aan de twee zijden van de strip wordt een voltmeter geplaatst. Als er geen stroom door de strip loopt, geeft deze meter natuurlijk nul volt aan, maar dit verandert als er een stroom gaat lopen. We noemen dit het Hall-effect.



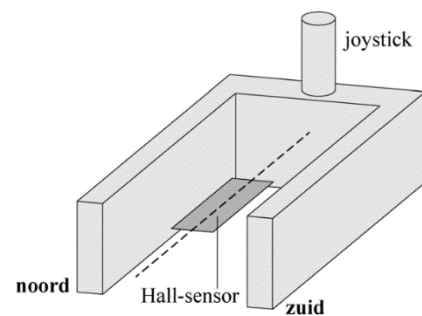
- 6 (3p) Leg uit waarom het Hall-effect plaatsvindt en ga ook na welke kant van de strip positief geladen wordt en welke kant negatief geladen. Teken daarna ook het elektrische veld dat tussen de zijden ontstaat.
- 7 (4p) Leid af dat de spanning over de strip gegeven wordt door:

$$U_{Hall} = Bbv$$

Gebruik hiervoor dat het elektrisch veld (E) tussen de ladingen gegeven wordt door:

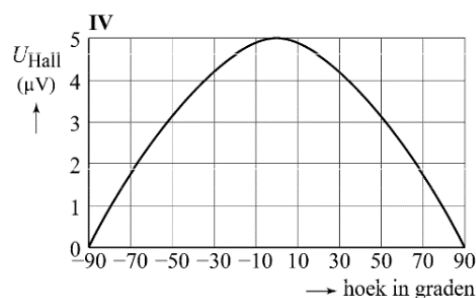
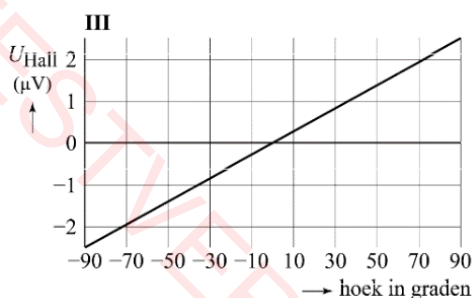
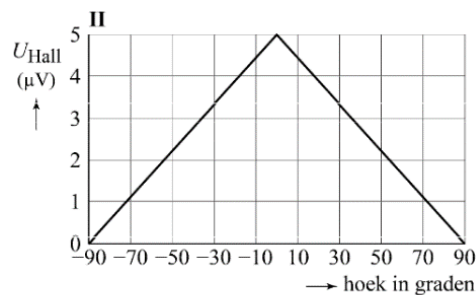
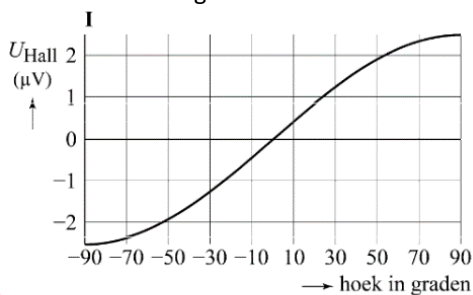
$$E = \frac{U}{\Delta x}$$

De Hall-sensor wordt in een extern magneetveld geplaatst. De magneet zit vast aan de stick van de joystick en beweegt dus mee als je de stick heen en weer beweegt. Bij het bewegen van de magneet verandert de spanning over de Hall-sensor en zo kan de stand van de stick gedetecteerd worden.



Om het simpel te houden, bestuderen we in dit geval een stick die alleen links- en rechtsom kan bewegen van -90° naar $+90^\circ$

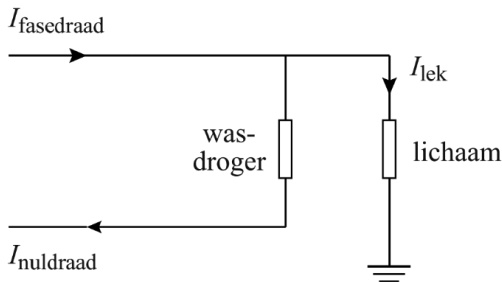
- 8 (3p) Leg uit welk van de volgende grafieken de werking van de stick correct weergeeft.



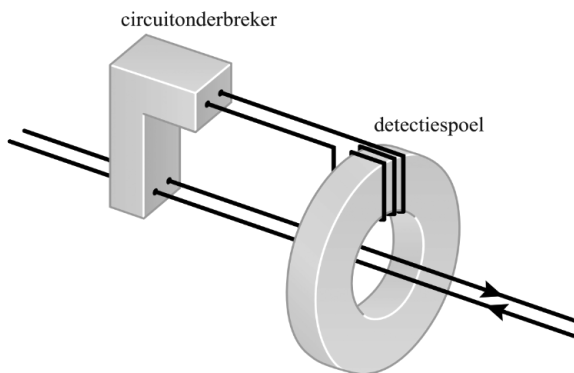
(Bron: Examen VWO 2021-2)

De aardlekschakelaar

Een aardlekschakelaar is een automatisch werkende schakelaar in de meterkast die open gaat als er in huis stroom weglekt. Dit gebeurt bijvoorbeeld als door een defect in een wasdroger de metalen buitenkant onder spanning komt te staan. Als de persoon deze buitenkant aanraakt, dan zal er een lekstroom door zijn lichaam gaan lopen (zie de onderstaande afbeelding).

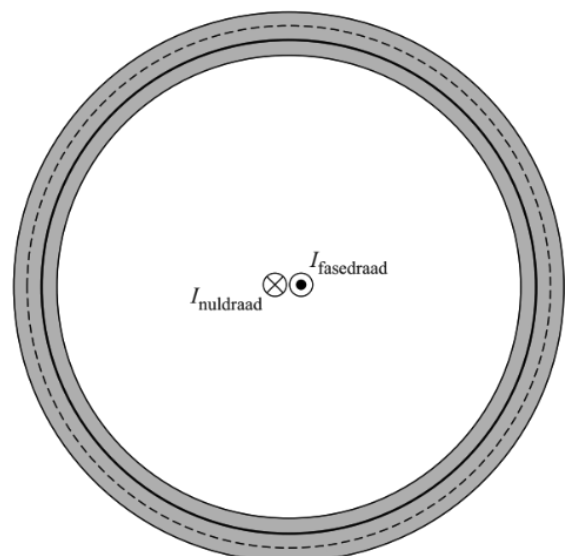


De werking van een aardlekschakelaar berust op een verschilmeting in de stroomsterkte tussen twee draden: de fasedraad en de nuldraad (zie wederom de bovenstaande afbeelding). In de aardlekschakelaar lopen deze draden door een (week)ijzeren ring (zie de onderstaande afbeelding).



In de onderstaande afbeelding zien we het vooraanzicht van deze ring. De twee cirkels in de ring zijn twee magneetveldlijnen. De stippellijn geeft een magneetveldlijn van de fasedraad en de doorgetrokken lijn van de nuldraad.

- 9 (1p) Geef in de tekening aan in welke richting deze magneetveldlijnen wijzen.
- 10 (2p) Leg uit dat er geen netto magnetisch veld in de ring zal ontstaan als de stroomsterkten door de fasedraad en de nuldraad gelijk zijn en dat er wel een netto magnetisch veld ontstaat bij een lekstroom.
- 11 (1p) In de tweede afbeelding van deze opdracht is ook te zien dat er een zogenaamde detectiespoel om de ring gewikkeld is. Deze detectiespoel is verbonden met een circuitonderbreker. Als er aan de circuitonderbreker een te hoge spanning piek wordt aangeboden, verbreekt de circuitonderbreker de stroomkring. Geef aan door welk natuurkundig principe de spanning piek ontstaat.
- 12 (1p) Leg uit op welke manier we de detectiespoel gevoeliger kunnen maken, zodat de stroom wordt uitgeschakeld bij een kleinere lekstroom. (bron: examen 2019-1 VWO)



De inductiekookplaat

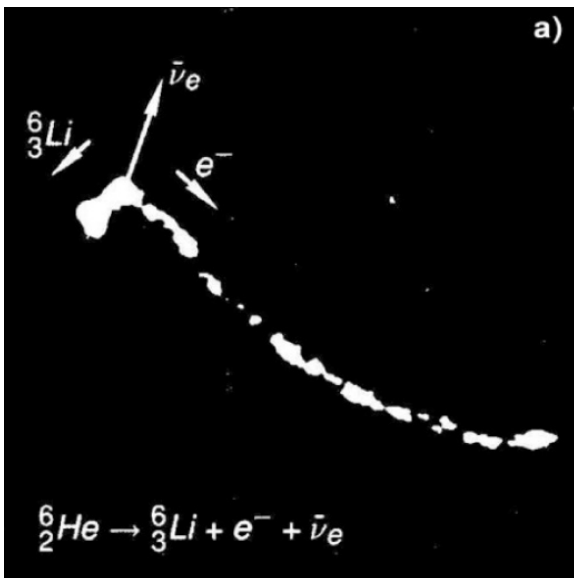
Een leerling test de werking van een inductiekookplaat. Hij legt een vierkanten stroomlusje op de kookplaat met zijden van 4,0 cm en met een totale weerstand van 0,286 mΩ. Onder de kookplaat bevindt zich een spoel waarover een wisselspanning staat. Hierdoor ontstaat een wisselend magneetveld dat loodrecht op de kookplaat staat. Om de berekening te versimpelen laten we de spanning lineair toe en afnemen van -0,010 T naar +0,10 T met een frequentie van 50 Hz.

- 13 (6p) Bereken het totale vermogen dat in de draad in de vorm van warmte gegenereerd wordt.

Beta-verval

In de onderstaande foto van een bubbeltat zien we het gevolg van het beta-verval van een Beryllium-6-kern. Bij dit verval ontstaat lithium-6. Dit atoom beweegt 1,0 mm voordat het stil staat. Daarnaast ontstaat een elektron en een neutrino. Het neutrino wordt zo goed als nooit door het bubbeltat gedetecteerd. Het elektron laat een gekromd spoor achter.

- 14 (2p) Over het bubbeltat staat een magnetisch veld van 0,040 T. Ga na of dit veld het papier in wijst of het papier uit steekt.
- 15 (5p) Aan de hand van de kromming van de baan van het elektron kan de snelheid bepaald worden. Bepaal grofweg de snelheid van het elektron. Ga er hierbij vanuit dat het elektron gedurende dit pad weinig snelheid kwijtraakt.



BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
7	Constante van Coulomb en elektronlading

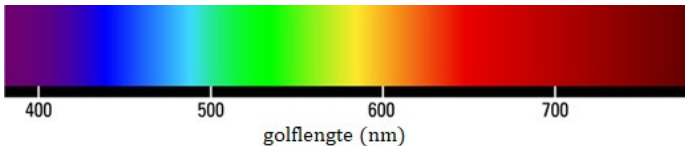
Hoofdstuk 2

Astrofysica

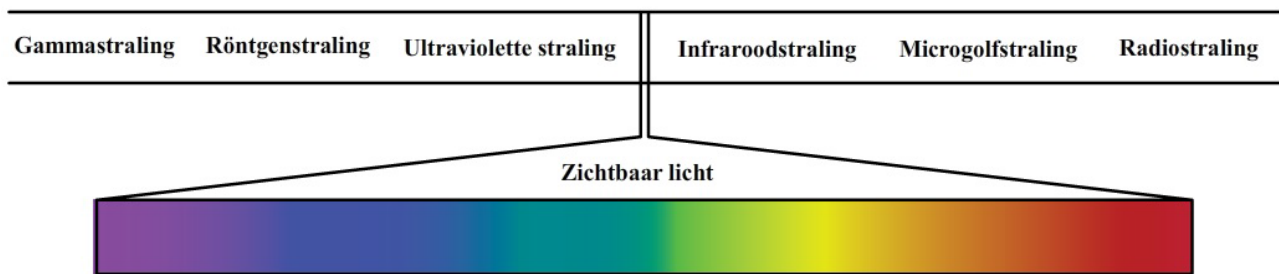
§1 Spectraalanalyse

In dit hoofdstuk gaan we eigenschappen van sterren bestuderen. Dit doen we door het licht afkomstig van deze sterren te analyseren. In deze eerste paragraaf gaan we hiermee achterhalen uit welke stoffen sterren bestaan.

Als we licht van een gloeilamp door een **prisma** schijnen, dan krijgen we een volledige “regenboog” aan kleuren te zien. We noemen dit een **continu spectrum** (zie de onderstaande afbeelding).



Naast het **zichtbare** deel van het spectrum, is er ook straling die we met onze ogen niet kunnen zien. Links van het paarse deel van het spectrum bevindt zich bijvoorbeeld **ultraviolette straling**, **röntgenstraling** en **gammastraling**. Rechts van het rode deel van het spectrum hebben we **infraroodstraling**, **microgolfstraling** en **radiostraling**. Zoals je in de onderstaande afbeelding kan zien, is het zichtbare deel van het spectrum maar een klein deel van het gehele spectrum.



Licht bestaat uit kleine deeltjes die we **fotonen** noemen. Het verschil tussen verschillende kleuren licht zit hem in de **frequentie (f)** van de fotonen. Elk foton met een bepaalde frequentie heeft ook zijn eigen **fotonenergie (E_f)**. Deze energie kan als volgt berekend worden:

$$E_f = hf$$

Energie (E _f)	joule (J)
Constante van Planck (h)	$6,62606957 \times 10^{-34}$ Js
Frequentie van foton (f)	hertz (Hz)

In het hoofdstuk trillingen hebben we gezien dat **f = v/λ**. Deze formule kunnen we ook toepassen op het foton. Als we voor de snelheid de **lichtsnelheid (c)** invullen, dan vinden we:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

Lichtsnelheid (c)	$2,99792458 \times 10^8$ m/s
Golflengte van foton (λ)	meter (m)

Vraag:

Door een LED-lamp loopt een stroom van 50 mA. Sommige elektronen die door de LED stromen zorgen voor het uitzenden van een blauw foton met een golflengte van 470 nm. Het totale vermogen van het uitgezonden licht is 0,075 W. Bereken hoeveel procent van de elektronen een blauw foton heeft uitgezonden.

Antwoord:

Ten eerste kunnen we het aantal elektronen uitrekenen dat door de draad stroomt. In BINAS vinden we dat de lading van een elektron gelijk is aan $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C. Daarnaast betekent een stroomsterkte van 0,050 A dat er 0,050 coulomb per seconde door de LED stroomt. Het totaal aantal elektronen dat per seconde door de LED stroomt, is hiermee gelijk aan:

$$\frac{0,050}{1,602 \times 10^{-19}} = 3,12 \times 10^{17} \text{ elektronen/seconde}$$

We kunnen ook uitrekenen hoeveel fotonen er per seconde vrijkomen. Hiervoor berekenen we eerst de energie van één blauw foton:

$$E_f = h \frac{c}{\lambda}$$

$$E_f = 6,63 \times 10^{-34} \times \frac{3,00 \times 10^8}{470 \times 10^{-9}} = 4,23 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Een vermogen van 0,075 W vertelt ons dat er 0,075 joule per seconde aan licht vrijkomt. Hiermee kunnen we het aantal fotonen per seconde uitrekenen:

$$\frac{0,075}{4,23 \times 10^{-19}} = 1,8 \times 10^{17} \text{ fotonen/seconde}$$

Nu kunnen we uitrekenen hoeveel procent van de elektronen een blauw foton uitzendt:

$$\frac{1,8 \times 10^{17}}{3,12 \times 10^{17}} = 0,57 = 57 \%$$

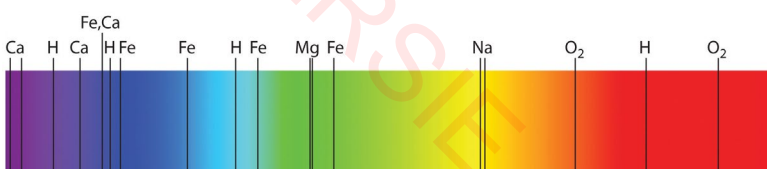
Als we licht van een gloeilamp op waterstof schijnen, dan zal het meeste licht hier dwars doorheen schijnen. Alleen licht met specifieke frequenties zal worden **geabsorbeerd**. Als gevolg worden er in het spectrum van het licht een aantal zwarte lijnen zichtbaar (zie de onderstaande afbeelding). We noemen dit **absorptielijnen** en het bijbehorende spectrum noemen we een **absorptiespectrum**.



Het geabsorbeerde licht wordt later in willekeurige richting weer uitgezonden. Het spectrum van dit licht is hieronder afgebeeld. We noemen dit een **emissiespectrum**. Zoals verwacht vinden we in dit spectrum alleen de frequenties licht die eerder geabsorbeerd waren. Met de onderstaande middelste QR-code vinden we een filmpje waarin het emissiespectrum van een aantal stoffen bekeken wordt met een zogenaamde tralie. In een later hoofdstuk gaan we leren hoe een tralie werkt.



Elke stof heeft zijn eigen unieke patroon van spectraallijnen. Als gevolg kunnen we aan de hand van het spectrum achterhalen door welke stoffen het licht gescheten is. Deze techniek wordt bijvoorbeeld gebruikt om te achterhalen uit welke stof de zon bestaat. In de kern van de zon wordt met behulp van kernfusie een continu spectrum aan licht geproduceerd. Als dit licht zich echter door de zon naar buiten werkt, worden een aantal frequenties geabsorbeerd. Hierdoor ontstaan spectraallijnen in het zonnespectrum. We noemen deze lijnen de **Fraunhoferlijnen**. Hieronder zien we de meest prominente absorptielijnen in het visuele gedeelte van het spectrum van de zon (zie ook een demonstratiefilmpje met behulp van de rechter QR-code).



Leerdoelen:

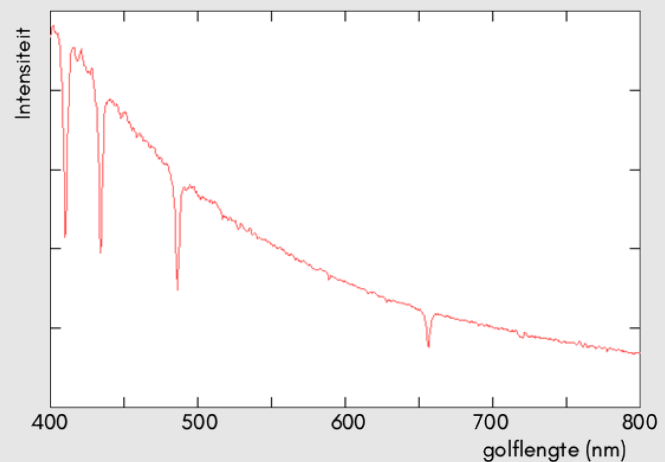
- Zorg dat je kan rekenen met de fotonenergie met behulp van de formules $E_f = hf$ en $E_f = hc/\lambda$.
- Zorg dat je weet dat een absorptiespectrum vormt als licht met een continu spectrum zich door een stof heeft voortgeplant. De zogenaamde absorptielijnen ontstaan doordat deze stof bepaalde frequenties licht heeft geabsorbeerd.
- Zorg dat je weet dat een emissiespectrum vormt als licht door deze stof weer wordt uitgezonden.
- Zorg dat je weet dat je aan de hand van het patroon van absorptielijnen kan achterhalen door welke stof het licht voortgeplant is.
- Zorg dat je weet dat de absorptielijnen in het spectrum van de zon de Fraunhoferlijnen worden genoemd.

Opdrachten

1. (1p) In het spectrum van natrium zijn twee duidelijke absorptielijnen te zien. De eerste lijn wordt veroorzaakt door fotonen met een golflengte van 589,0 nm en de andere door fotonen met een golflengte van 589,6 nm. Laat met behulp van BINAS zien welke kleur deze fotonen hebben.

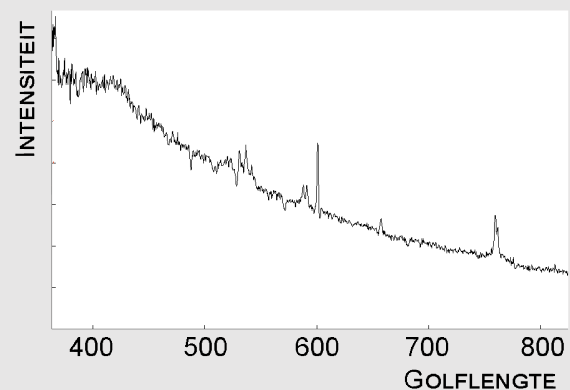
2. In de rechter afbeelding is het spectrum van een ster weergegeven:

- (1p) Leg uit of het hier gaat om een absorptie- of een emissiespectrum.
- (1p) Leg uit hoe de spectraallijnen in deze ster ontstaan zijn.
- (1p) De vier zichtbare spectraallijnen worden allemaal veroorzaakt door hetzelfde element. Ga met behulp van BINAS na om welk element het hier gaat.



3. In de rechter afbeelding is het spectrum van een nevel weergegeven, waaruit sterren zich kunnen vormen:

- (1p) Leg uit of het hier gaat om een absorptie- of een emissiespectrum.
- (1p) Leg uit hoe de spectraallijnen in deze nevel ontstaan zijn.
- (1p) Leg uit hoe je kan zien dat in deze nevel geen waterstof aanwezig is.



4. (4p) Een stilstaand elektron absorbeert een foton met een golflengte van 500 nm. Bereken de snelheid die het elektron hierdoor zal krijgen.
5. (4p) Bij het annihileren van een elektron en een positron ontstaat twee dezelfde fotonen. De energie van deze fotonen is te berekenen met:

$$E = mc^2$$

Bereken de frequentie van deze fotonen.

6. (5p) Als geleidingselektronen door een LED stromen, kunnen ze blauw licht uitzenden met een golflengte van 470 nm. Het totale vermogen aan het uitgezonden licht is gelijk aan 0,075 W. Door een LED loopt een stroomsterkte van 50 mA. Bereken hoeveel procent van de geleidingselektronen dit blauwe licht heeft uitgezonden.

(bron: examen VWO 2016-1)

§2 De planckkromme

Als atomen in een voorwerp trillen, dan zenden ze een heel spectrum aan straling uit. We noemen dit het **planckspectrum**. In deze paragraaf gaan we leren hoe we met behulp van dit spectrum de temperatuur van sterren kunnen bepalen.

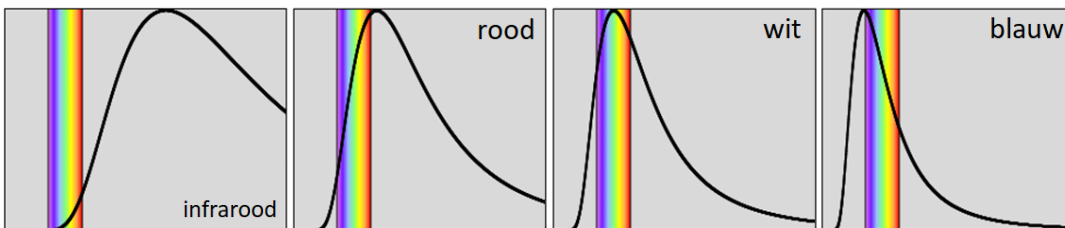
In het hoofdstuk “Deeltjesmodel” hebben we geleerd dat atomen met een temperatuur boven de 0 kelvin continu aan het trillen zijn. In dat hoofdstuk hebben we echter niet besproken dat trillende atomen **straling** uitzenden. Omdat zo goed als elk materiaal een temperatuur heeft boven de 0 K, kunnen we dus stellen dat zo goed als elk materiaal in het universum straling uitzendt. Meestal bevindt deze straling zich echter buiten het zichtbare spectrum. De aarde en ook wijzelf zenden bijvoorbeeld voornamelijk infraroodstraling uit.

Als de temperatuur van een voorwerp hoog genoeg wordt, dan komt er een moment dat de straling wel zichtbaar wordt. Dit zien we bijvoorbeeld in de rechter afbeelding. Een stuk metaal is hier sterk verwarmd en begint hierdoor te gloeien in het rode deel van het spectrum.



Het licht dat op deze manier ontstaat heeft een karakteristiek **stralingspectrum**, genaamd de **planckkromme** of het **planckspectrum**. Hieronder is dit spectrum voor een aantal temperaturen weergegeven (op de website wordt dit duidelijker weergegeven met behulp van een animatie). We geven dit spectrum hieronder weer met op de horizontale as de **golflengte** van de straling en op de verticale as de **intensiteit** van deze straling. De regenboog in het diagram stelt het zichtbare deel van het spectrum voor.

(Afbeelding: Fir0002/Flagstafffotos; GFDL v1.2)



Bij een lage temperatuur zit de straling bijna volledig in het infrarode deel van het spectrum. Als gevolg kunnen we deze straling niet waarnemen met onze ogen. Als de temperatuur hoger wordt, dan komt er een moment dat er genoeg **rood licht** wordt geproduceerd, zodat we dit met onze ogen kunnen zien. Als we de temperatuur nog meer verhogen, dan komt er een moment dat er in het hele zichtbare spectrum veel licht wordt uitgezonden. Als we alle kleuren licht tegelijk in onze ogen krijgen, dan zien we dit als **wit licht**. Als de temperatuur nog hoger wordt, dan gaat op een gegeven moment het **blauwe licht** domineren.

We zien hier dat hoe **hoger de temperatuur** van een object is, hoe meer de **piek** van de planckkromme zich **naar links** verplaatst (naar een kleinere golflengte). Deze relatie kunnen we ook wiskundig opschrijven. We noemen dit de **wet van Wien**:

$$\lambda_{max} = \frac{k_w}{T}$$

Golflengte bij de piek (λ_{max})	meter (m)
Constante van Wien (k_w)	$2,8977721 \times 10^{-3}$ Km
Oppervlaktetemperatuur (T)	kelvin (K)

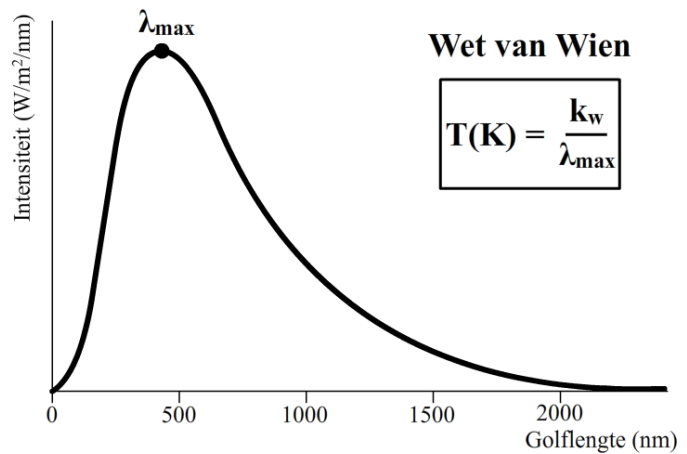
De temperatuur moet in deze formule worden gegeven in **kelvin**. Er geldt:

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273$$

Met deze formule kunnen we bijvoorbeeld de oppervlaktetemperatuur van de zon berekenen. De piek van het stralingsspectrum van onze zon ligt bij de 500 nm. De oppervlaktetemperatuur wordt hiermee:

$$T = \frac{k_w}{\lambda_{max}}$$

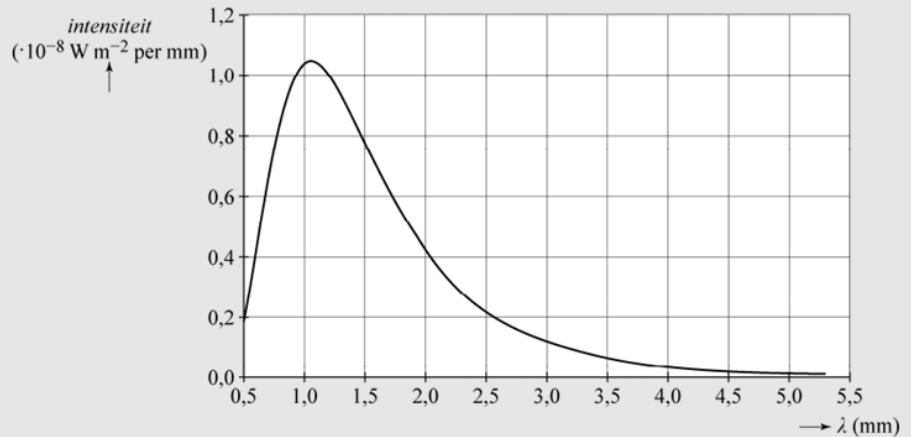
$$T = \frac{2,8977721 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}} = 5,80 \times 10^3 \text{ K}$$



Voorbeeld

Vraag:

Kosmische achtergrondstraling is straling die net na de oerknal is ontstaan. Deze straling kan in het hele heelal gemeten worden. In de rechter grafiek is de intensiteit van deze straling uitgezet tegen de golflengte. Bepaal de temperatuur behorende bij de achtergrondstraling.



Antwoord:

Het **maximum van de grafiek** ligt bij de $\lambda_{max} = 1,05 \text{ mm}$. Met de **wet van Wien** vinden we:

$$T = \frac{k_w}{\lambda_{max}} = \frac{2,8978 \times 10^{-3}}{1,05 \times 10^{-3}} = 2,76 \text{ K}$$

Vraag:

Bereken de totale intensiteit van alle golflengten die in het diagram zijn weergegeven.

Antwoord:

Op de verticale as staat de **intensiteit per millimeter** gegeven. Dit betekent dat voor elke millimeter aan golflengte afzonderlijk de intensiteit is gemeten. De totale intensiteit is gelijk aan al deze millimeters aan golflengte bij elkaar opgeteld. Oftewel: het **oppervlak onder de grafiek**.

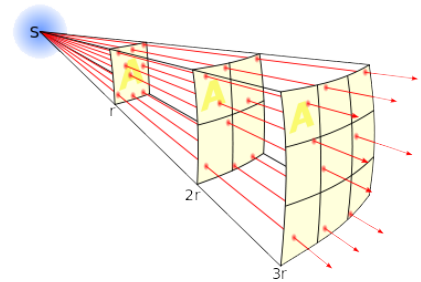
Elk hokje heeft een oppervlak van $0,2 \times 10^{-8} \times 0,5 = 0,1 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$. In totaal vinden we ongeveer 14 hokjes onder de grafiek. De totale intensiteit is dus $14 \times 0,1 \times 10^{-8} = 1,4 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$.

De SI-eenheid van de **intensiteit (I)** is **W/m²**. Dit staat voor de **hoeveelheid joule die per seconde op een vierkante meter valt**. De intensiteit is te relateren aan het **totale vermogen (P)** dat een lichtbron uitzendt. We noemen het vermogen als het gaat om een lichtbron ook wel de **lichtsterkte (L)**. Er geldt:

$$I = \frac{P_{bron}}{4\pi r^2} = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Intensiteit (I)	watt per vierkante meter (W/m ²)
Vermogen van de bron (P _{bron})	watt (W)
De lichtsterkte (L)	watt (W)
Straal vanaf het centrum van de bron (r) meter (m)	

We zien aan de formule dat de intensiteit kwadratisch afneemt met de afstand tot de bron. We noemen deze formule daarom ook wel de **kwadratenwet**. In de rechter afbeelding is goed te zien waarom de intensiteit op deze manier afneemt. Hoe verder de straling komt, over hoe groter oppervlak de straling verdeeld wordt. (Afbeelding: Borb; CC BY-SA 3.0)



De intensiteit van de zon op aarde noemen we de **zonneconstante**. De waarde hiervan is te vinden in BINAS 32C. Ook de **lichtsterkte van de zon (L_o)** is in deze tabel te vinden. ☉ is het astrologische symbool voor de zon.

We kunnen het **vermogen (P)** van een lichtbron ook relateren aan de **oppervlaktetemperatuur (T)**. Deze relatie wordt de **wet van Stefan-Boltzmann** genoemd:

$$P_{bron} = L = \sigma AT^4$$

Vermogen van de bron (P _{bron})	watt (W)
Lichtsterkte (L)	watt (W)
De constante van Stefan-Boltzmann (σ)	5,670373 × 10 ⁻⁸ W/m ² /K ⁴
Oppervlak van de bron (A)	vierkante meter (m ²)
Oppervlaktetemperatuur (T)	kelvin (K)

Ter afsluiting nog een paar veelgebruikte afstandsmaten in de sterrenkunde. Afstanden in het zonnestelsel meten we vaak in **astronomische eenheden (AE)**. 1 AE is gelijk aan de afstand van de aarde tot de zon, oftewel 1,49598 × 10¹¹ m. Afstanden tot sterren worden vaak gemeten in **lichtjaar**. Dit is de afstand die licht in een jaar aflegt, oftewel 9,461 × 10¹⁵ m. Beide afstanden kan je ook opzoeken in BINAS.



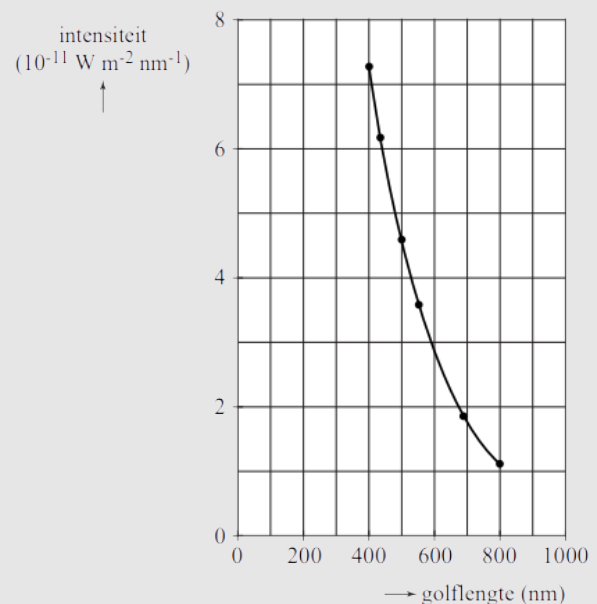
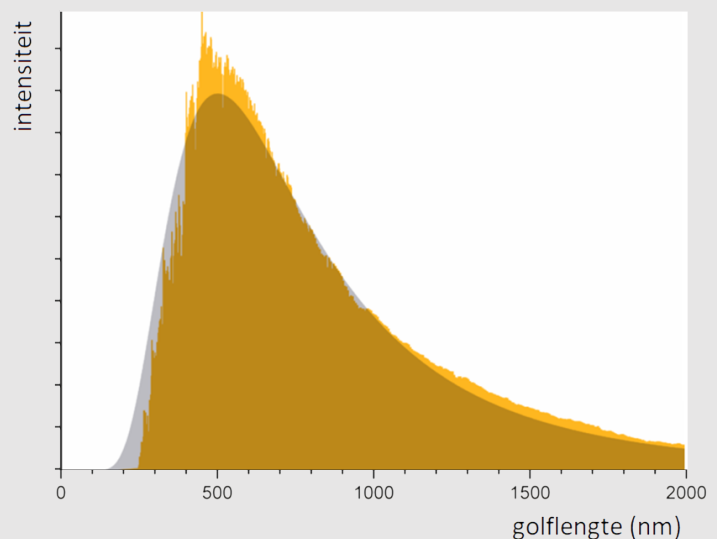
🎯 **Leerdoelen:**

- Zorg dat je weet dat alle stoffen met een temperatuur boven de 0 K een spectrum aan straling uitzenden, genaamd het planckspectrum. Zodra dit spectrum zichtbaar wordt, zeggen we dat een stof aan het gloeien is.
- Zorg dat je met een planckkromme kan bepalen of een voorwerp rood, wit of blauw gloeit.

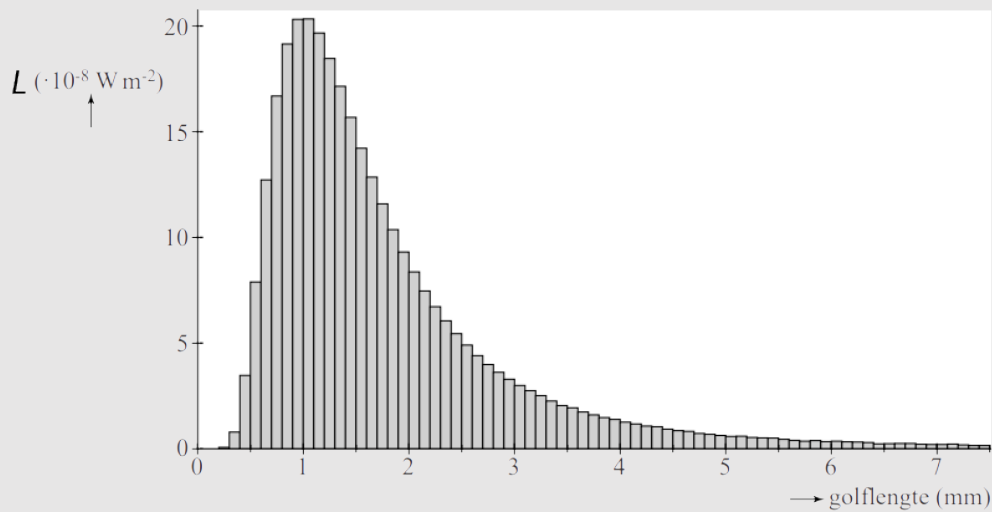
- Zorg dat je weet dat de piek van de planckkromme bij hogere temperaturen naar links beweegt (naar kleinere golflengtes).
- Zorg dat je kan rekenen met de wet van Wien ($\lambda_{\max} = k_w / T$). Weet dat λ_{\max} de golflengte is die hoort bij de piek van de plankkromme. De temperatuur moet in deze formule worden gegeven in kelvin.
- Zorg dat je weet dat het oppervlak onder de planckkromme gelijk is aan de totale intensiteit die wordt uitgezonden.
- Zorg dat je weet dat de intensiteit van licht (I), gemeten in W/m^2 , afneemt met afstand volgens de kwadratenwet gegeven door de formule $I = P_{\text{bron}} / (4\pi r^2)$. Het vermogen van de bron (P_{bron}) in watt (W) wordt soms ook de lichtsterkte (L) genoemd. r is de afstand van de bron tot het punt waar de intensiteit wordt gemeten.
- Zorg dat je de zonneconstante (de maximale intensiteit van zonlicht op aarde) en de lichtsterkte van de zon (L_{\odot}) kan vinden in BINAS.
- Zorg dat je kan rekenen met de wet van Stefan-Boltzmann, gegeven door $P_{\text{bron}} = L = \sigma AT^4$. De constante van Stefan-Boltzmann (σ) is te vinden in BINAS en de temperatuur moet wederom in kelvin gegeven worden.
- Zorg dat je de astronomische eenheid (AE) en het lichtjaar in BINAS kan vinden.

Opdrachten

1. (2p) Welke gegevens van een ster kan je achterhalen met een absorptiespectrum?
2. (3p) Hieronder zien we het spectrum van onze zon. Bepaal hieruit de oppervlaktetemperatuur van de zon in graden Celsius.
(Afbeelding: Sch; CC BY-SA 3.0)
3. (5p) Het menselijk lichaam zendt infraroodstraling uit. Laat met behulp van een schatting en een berekening zien dat dit het geval is.
4. (3p) Bij een brandende gloeilamp heeft de gloeidraad een temperatuur van $2,5 \times 10^3$ K. Leg met een berekening uit waarom het rendement van een gloeilamp zo laag is.
5. Van de ster Wega is de stralingsintensiteit in het zichtbare gebied als functie van de golflengte bepaald (zie de rechter afbeelding).
 - a. (4p) Toon met behulp van het diagram aan dat de temperatuur van Wega hoger is dan 7000 K.
 - b. (4p) De stralingsintensiteit die we van Wega meten is $2,9 \times 10^{-8} Wm^{-2}$. Een percentage hiervan ligt in het zichtbare gebied. Bepaal dit percentage.



6. De WMAP doet metingen aan de zogenaamde kosmische achtergrondstraling. Dit is straling die kort na het ontstaan van het heelal gevormd is en nu overal in het universum te meten is. Hieronder zijn de metingen in een diagram weergegeven:



- a. (6p) Bepaal de orde van grootte van de hoeveelheid fotonen met een golflengte tussen 1,0 en 2,0 mm die per seconde op een vierkante meter terechtkomen.
 - b. (3p) Bepaal de temperatuur behorend bij de achtergrondstraling.
- (bron: examen VWO 2015-pilot)
7. (4p) In een gloeilamp met een vermogen van 24 W zit een gloeidraad met een lengte van 25 mm en een diameter van 0,20 mm. Bereken de temperatuur van de gloeidraad.
 8. (2p) Een gloeilamp brandt eerst met een temperatuur van 2000 K en dan met 4000 K. Bereken met welke factor het vermogen is toegenomen.
 9. (3p) Op aarde ontvangen we maximaal $1,368 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ aan licht van de zon. Dit wordt de zonneconstante genoemd. Gebruik de afstand tot de zon en reken hiermee uit hoeveel energie de zon per seconde uitzendt.
 10. (4p) Een ster bevindt zich op een afstand van 27 lichtjaar vanaf de aarde en heeft een lichtsterkte 10 maal zo groot als dat van de zon. Bepaal de intensiteit van deze ster gezien vanaf de aarde.
 11. (4p) De zon zendt per seconde $2,0 \times 10^{38}$ neutrino's uit. Bereken hoeveel neutrino's er per seconde op de aarde terecht komen.
 12. (4p) De ster Wega heeft gemeten vanaf de aarde een intensiteit van $2,9 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$. Het uitgestraald vermogen van Wega is groter dan dat van de zon. Bereken hoeveel maal zo groot.
 13. (3p) Een ster met dezelfde kleur als de zon heeft een 81x zo grote lichtsterkte. Bereken hoeveel groter de diameter van deze ster is ten opzichte van de zon.
 14. (5p) De ster Betelgeuze heeft ongeveer dezelfde temperatuur als de ster Proxima Centauri. Toch is Betelgeuze vanaf de aarde gezien 109x feller. Bereken hoeveel keer de straal van Betelgeuze groter is ten opzichte van Proxima Centauri.

§3 Dopplereffect

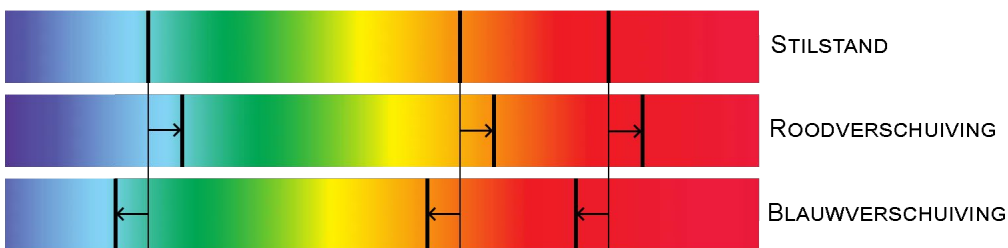
Als voorwerpen naar je toe bewegen of van de je af bewegen terwijl ze golven uitzenden, dan is een verandering in de frequentie van deze golven meetbaar. We noemen dit het dopplereffect. In deze paragraaf gaan we dit effect bestuderen.

In de animatie op de website (zie de rechter QR-code) is een voorwerp te zien dat golven uitzendt. Als het voorwerp beweegt, dan kan je zien dat de golven in de bewegingsrichting dichter op elkaar zitten. De golven die in tegengestelde richting worden uitgezonden zitten juist verder van elkaar af. Als je golven ontvangt van een voorwerp dat **naar je toe** beweegt, zal je daarom een **kleinere golflengte** en een **grotere frequentie** meten. Als je golven ontvangt van een voorwerp dat **van je af** beweegt, dan zal je juist een **grotere golflengte** en een **kleinere frequentie** meten. Dit wordt het **dopplereffect** genoemd. In het dagelijks leven merken we dit effect bijvoorbeeld als een ambulance met sirene langsrijdt. De toon klinkt hoger als de ambulance naar je toe rijdt en lager als de ambulance van je wegrijdt (met dezelfde QR-code kan je ook een filmpje vinden waarin dit effect wordt gedemonstreerd).



Ook bij licht kunnen we het dopplereffect meten. Voor zichtbaar licht zorgt dit voor een kleine kleurverandering. Als een lichtbron naar je toe komt, dan wordt de **golflengte kleiner** en als gevolg schuift het licht meer op naar de **blauwe** kant van het spectrum. We noemen dit **blauwverschuiving**. Als een lichtbron van je af beweegt, dan wordt de **golflengte groter** en als gevolg schuift het licht meer op naar de **rode** kant van het spectrum. We noemen dit **roodverschuiving**.

Dit effect is nauwkeurig te meten door naar de verplaatsing van de absorptielijnen te kijken. Deze schuiven namelijk ook mee met het spectrum. Dit zien we bijvoorbeeld in het onderstaande spectrum:

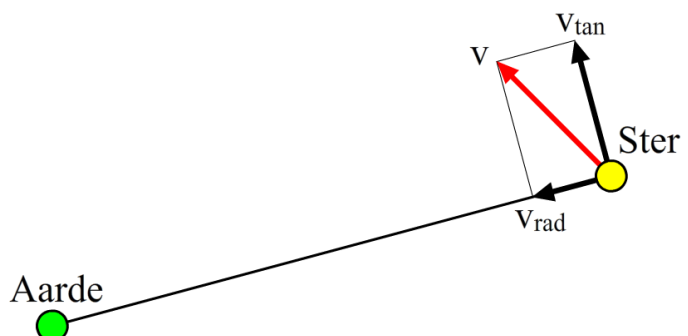


Door te meten hoeveel de spectraallijnen verplaatst zijn, kunnen we de snelheid bepalen waarmee lichtbronnen van ons af of naar ons toe bewegen. Er geldt:

$$v_{rad} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$$

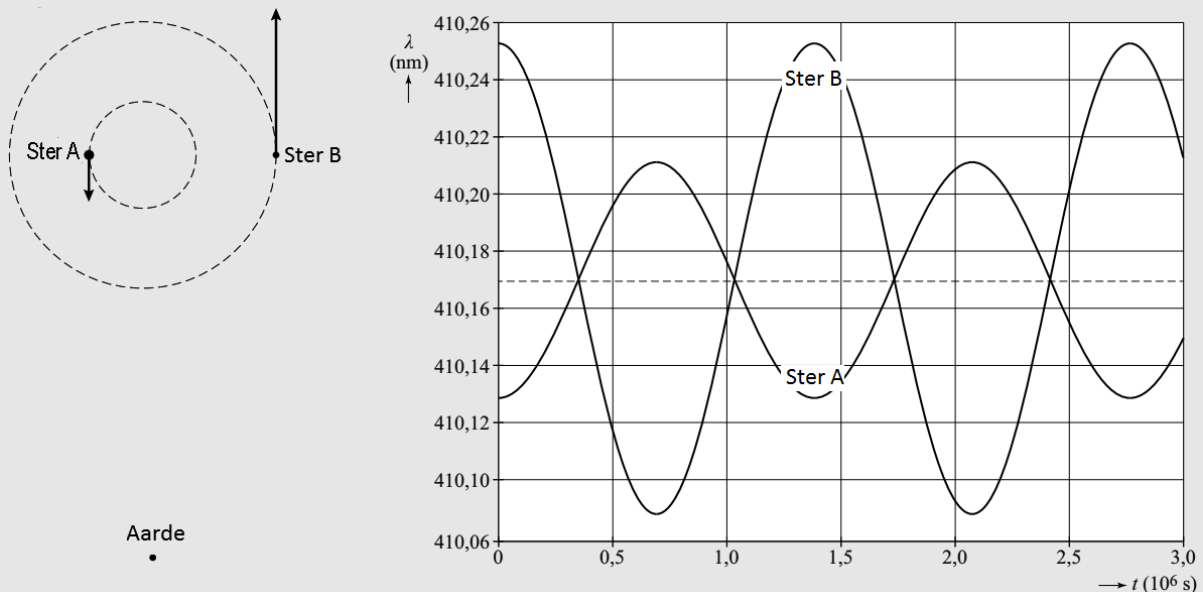
De radiële snelheid van het voorwerp (v_{rad})	meter per seconde (m/s)
Toename van de golflengte ($\Delta\lambda$)	meter (m)
De oorspronkelijke golflengte (λ_0)	meter (m)
Snelheid van het licht (c)	$3,0 \times 10^8$ m/s

Let er op dat we met deze formule alleen de **component van de snelheid** berekenen waarmee een lichtbron **van ons af** of **naar ons toe** beweegt. We noemen deze component ook wel de **radiële snelheid** (zie de rechter afbeelding). Zijwaartse beweging van een ster kunnen we met het dopplereffect dus niet waarnemen.



De helft van de sterren die we 's nachts zien blijken bij nadere inspectie **dubbelsterren** te zijn (twee sterren die om elkaar heen draaien). De sterren zitten in sommige gevallen zo dicht bij elkaar dat we ze zelfs met een telescoop niet direct van elkaar kunnen onderscheiden. Dankzij het dopplereffect kunnen we dit onderscheid wel maken.

Als twee sterren om elkaar heen draaien, dan kan het zijn dat telkens de ene ster naar de aarde toe beweegt en de andere ster van de aarde af (zie de onderstaande linker afbeelding). Dankzij het dopplereffect zien we dan telkens twee absorptielijnen, waar we er normaal maar één zouden verwachten. De ene lijn is door roodverschuiving de ene kant op verschoven en de andere door blauwverschuiving de andere kant op. In het rechter diagram zijn de posities van de twee absorptielijnen in de tijd weergegeven:

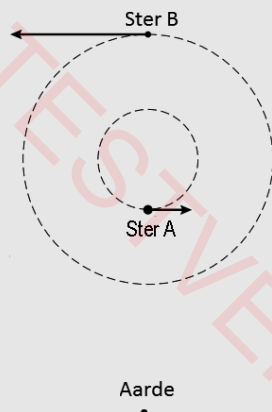


Vraag:

Op sommige momenten staan beide absorptielijnen in het diagram op dezelfde plek. Leg uit wanneer dit gebeurt.

Antwoord:

In de onderstaande situatie beweegt geen van de sterren van de aarde af of naar de aarde toe. De radiële snelheid is hier dus nul en als gevolg is er voor beide sterren geen dopplereffect te meten. Op deze momenten zijn beide absorptielijnen dus op hun oorspronkelijke locatie te vinden.



Vraag:

Geef een moment aan in het diagram dat overeenkomt met de positie van de sterren zoals links naast het diagram is afgebeeld.

Antwoord:

In deze positie is de snelheid van beide sterren volledig radieel (ster A beweegt naar de aarde toe en ster B beweegt van de aarde af). De radiële snelheid is op dat moment dus maximaal en het dopplereffect is hier dus ook maximaal. Ster A beweegt naar de aarde toe. De golflengte van het signaal dat op aarde aankomt zal hier dus maximaal verkleint zijn. Dit gebeurt o.a. op tijdstip $t = 0$ s.

Vraag:

Bereken met het diagram de baanstraal van ster A.

Antwoord:

Eerst berekenen we de snelheid van ster A:

$$v_A = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$$

$$v_A = \frac{410,21 - 410,17}{410,17} \times 3,0 \times 10^8 = 2,9 \times 10^4 \text{ m/s}$$

De trillingstijd kunnen we aflezen uit het diagram ($T = 1,4 \times 10^6$ s). Met deze trillingstijd kunnen we de baanstraal berekenen:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = \frac{vT}{2\pi}$$

$$r_A = \frac{2,9 \times 10^4 \times 1,4 \times 10^6}{2\pi} = 6,5 \times 10^9 \text{ m}$$

Als we naar verre melkwegstelsels kijken, dan blijken deze eigenlijk allemaal roodverschoven te zijn. Verre melkwegstelsels bewegen dus allemaal van ons af. Ook geldt dat hoe verder deze stelsels van ons af staan, hoe sneller ze van ons af bewegen. Wetenschapper **Edwin Hubble** concludeerde uit deze metingen dat het heelal aan het **uitdijen** is. Met behulp van de **algemene relativiteitstheorie** van **Albert Einstein** werd duidelijk dat het de ruimte zelf is die uitzet en alle melkwegstelsels uit elkaar drijft. Als licht zich door een uitdijende ruimte beweegt, wordt het opgerekt. De golflengte neemt hierdoor toe en het licht wordt daardoor roder.

Het feit dat melkwegstelsels van elkaar af bewegen, wil zeggen dat ze vroeger veel dichterbij elkaar zaten. De ruimte was vroeger dus ook veel kleiner. Wetenschappers denken nu dat de hele ruimte ooit vanuit **één** punt ontstaan is. Deze theorie wordt de **oerknal** genoemd.



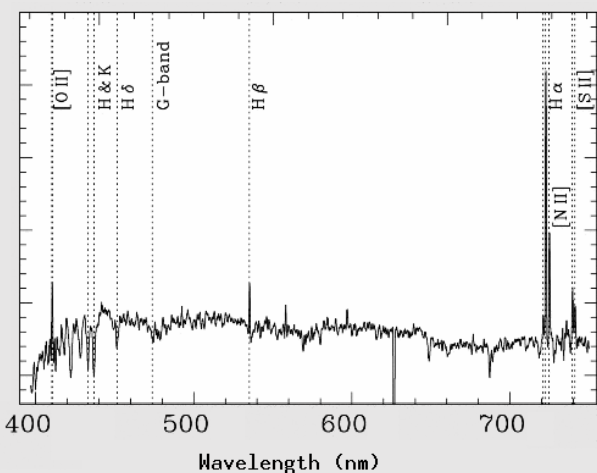
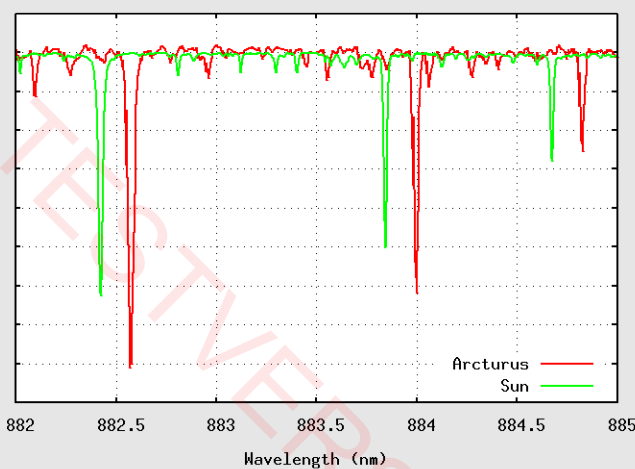
Leerdoelen:

- Zorg dat je weet dat het dopplereffect ontstaat als een bewegende bron geluidsgolven of licht uitzendt. Als de bron naar je toe beweegt, dan wordt de frequentie groter waargenomen (en de golflengte kleiner). Als de bron van je af beweegt, dan wordt de frequentie kleiner waargenomen (en de golflengte groter).
- Zorg dat je weet dat als een lichtbron van je af beweegt, dat we dan spreken van roodverschuiving en als een lichtbron naar je toe beweegt van blauwverschuiving.

- Zorg dat je kan rekenen met het dopplereffect met behulp van de formule $v_{\text{rad}} = (\Delta\lambda/\lambda_0)c$. v_{rad} staat hier voor de radiële snelheid. Dit is de component van de snelheid die naar de waarnemer toe of van de waarnemer af wijst.
- Zorg dat je weet dat hoe verder melkwegstelsels weg staan, hoe groter de roodschuiving is en dat dit een aanwijzing is voor de uitdijing van het universum en de oerknal.

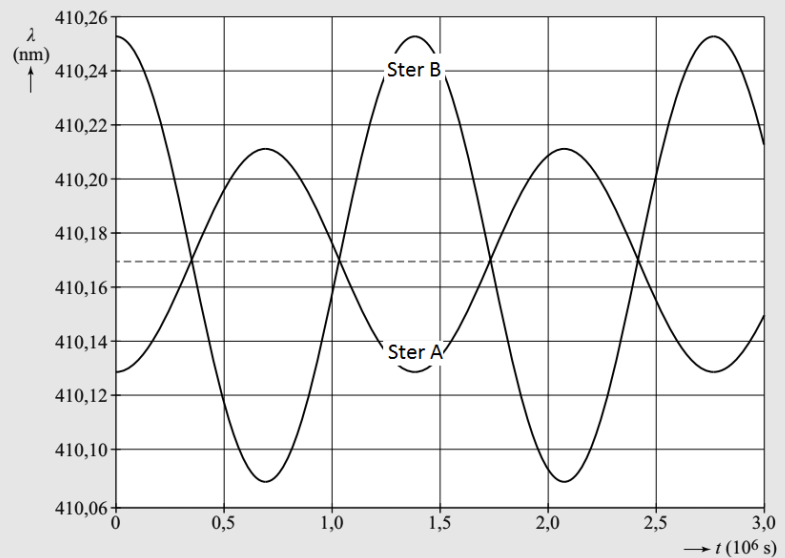
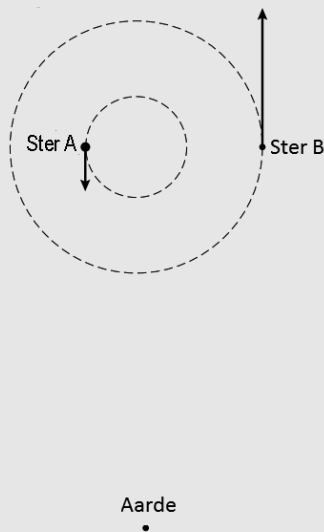
Opdrachten

1. (2p) Een ambulance met sirene rijdt eerst in jouw richting en rijdt dan van je weg. Leg in beide situaties uit hoe de frequentie, de toonhoogte en de golflengte van het waargenomen geluid verandert.
2. (2p) Leg uit wanneer roodverschuiving en blauwverschuiving plaatsvindt.
3. (3p) Leg uit of je blauw- of roodverschuiving verwacht door de uitdijing van het heelal.
4. Een gaswolk beweegt met grote snelheid door de ruimte. Het UV-licht dat door deze wolk uitgezonden wordt, wordt op aarde als paars licht waargenomen.
 - a. (2p) Leg uit of we hier te maken hebben blauw- of roodverschuiving.
 - b. (2p) Leg uit of de gaswolk van ons af of naar ons toe beweegt.
5. Een spectraallijn van calcium bevindt zich bij stilstand op 393,3 nm. In een ver melkwegstelsel is deze lijn verschoven naar de 392,0 nm.
 - a. (2p) Leg uit of dit melkwegstelsel van ons af of naar ons toe beweegt.
 - b. (3p) Bereken de radiële snelheid van dit melkwegstelsel.
 - c. (1p) Een leerling beweert dat de kans groot is dat de werkelijke snelheid van het melkwegstelsel hoger ligt dan de snelheid die in de vorige vraag berekend is. Leg uit dat deze leerling gelijk heeft.
6. In de onderstaande linker afbeelding is een deel van het spectrum van de ster Arcturus en van de zon te zien.
 - a. (2p) Leg uit of Arcturus van ons af of naar ons toe beweegt.
 - b. (3p) Bereken hiermee de radiële snelheid van Arcturus.
7. (4p) Sommige melkwegstelsels bevatten veel hete gassen die zorgen voor emissielijnen. We zien dit bijvoorbeeld in de rechter onderstaande afbeelding. De lijn H- α is de eerste lijn uit de balmerserie van waterstof. Bereken met hoeveel procent van de lichtsnelheid dit melkwegstelsel van ons af beweegt.



8. (1p) De meeste sterren roteren om hun as. Dit heeft als gevolg dat de spectraallijnen van deze sterren breder worden. Leg uit hoe dit komt.

9. Een spectraallijn heeft normaalgesproken een golflengte van 12,0000 cm. Dezelfde spectraallijn wordt gevonden in het spectrum van een melkwegstelsel. Aan de linkerkant van dit melkwegstelsel zit de lijn bij 21,1588 cm, in het midden bij 21,1536 cm en aan de rechter kant bij 21,1484 cm.
- (1p) Leg uit dat deze gegevens doen suggereren dat het melkwegstelsel roteert om zijn eigen as.
 - (4p) Bereken de radiële snelheid waarmee dit melkwegstelsel in zijn geheel van ons af beweegt.
 - (4p) Bereken de radiële rotatiesnelheid van het melkwegstelsel.
10. Als twee sterren om elkaar heen draaien, dan kan het zijn dat telkens de ene ster naar de aarde toe beweegt en de andere ster van de aarde af (zie de onderstaande linker afbeelding). Dankzij het dopplereffect zien we dan telkens twee absorptielijnen, waar we er normaal maar één zouden verwachten. In het rechter diagram zijn de posities van twee absorptielijnen in de tijd weergegeven:



- (1p) Leg uit waarom er twee absorptielijnen zichtbaar zijn.
- (1p) Op sommige momenten staan beide absorptielijnen in het diagram op dezelfde plek. Leg uit wanneer dit gebeurt.
- (2p) Geef een moment aan in het diagram dat overeenkomt met de positie van de sterren zoals links naast het diagram is afgebeeld.
- (6p) Bereken met het diagram de baanstraal van ster A.

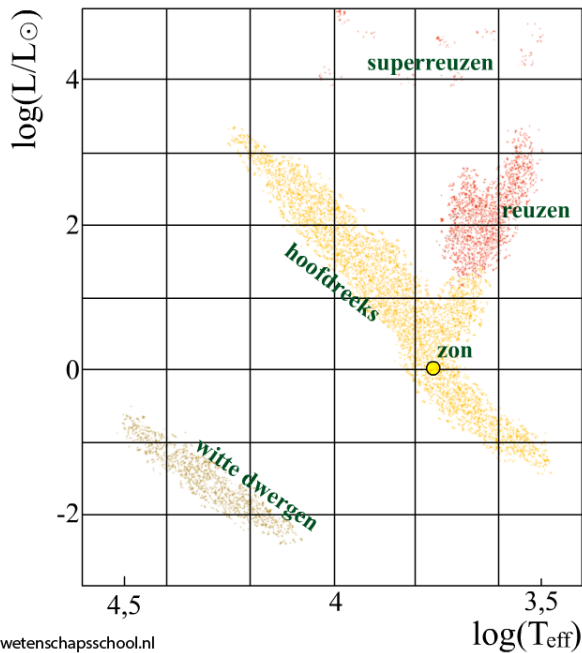
TESTVERSIE

§4 Het HR-diagram

Met behulp van de lichtsterkte en de temperatuur van sterren kunnen we een zogenaamd Hertzsprung-Russell diagram maken. In dit diagram is de evolutie van sterren goed zichtbaar.

Als we een diagram maken waarin we de temperatuur en de lichtsterkte van sterren tegen elkaar uitzetten, dan vinden we een vast patroon. Dit diagram is hieronder afgebeeld en wordt het **Hertzsprung-Russell (HR) diagram** genoemd. Op de horizontale as staat de **logaritme van de temperatuur (log(T))**. De **inverse** van de **logaritme** is de **tenmacht**. Als we bijvoorbeeld een ster aflezen bij $\log(T) = 4,0$, dan vinden we als volgt de bijbehorende temperatuur:

$$T = 10^{4,0} = 1,0 \times 10^4 \text{ K}$$



Op de verticale as staat $\log(L/L_{\odot})$. L/L_{\odot} is de lichtsterkte van de ster gedeeld door de lichtsterkte van de zon en geeft dus aan welke factor de lichtsterkte van de ster groter is dan de zon. Als we een ster aflezen bij $\log(L/L_{\odot}) = 2,6$, dan vinden we:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{2,6} = 4,0 \times 10^2$$

Deze ster heeft dus een intensiteit die $4,0 \times 10^2$ keer zo groot is als de zon.

De zon is begrijpelijkerwijs getekend bij $\log(L/L_{\odot}) = 0$. Hier geldt namelijk:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^0 = 1$$

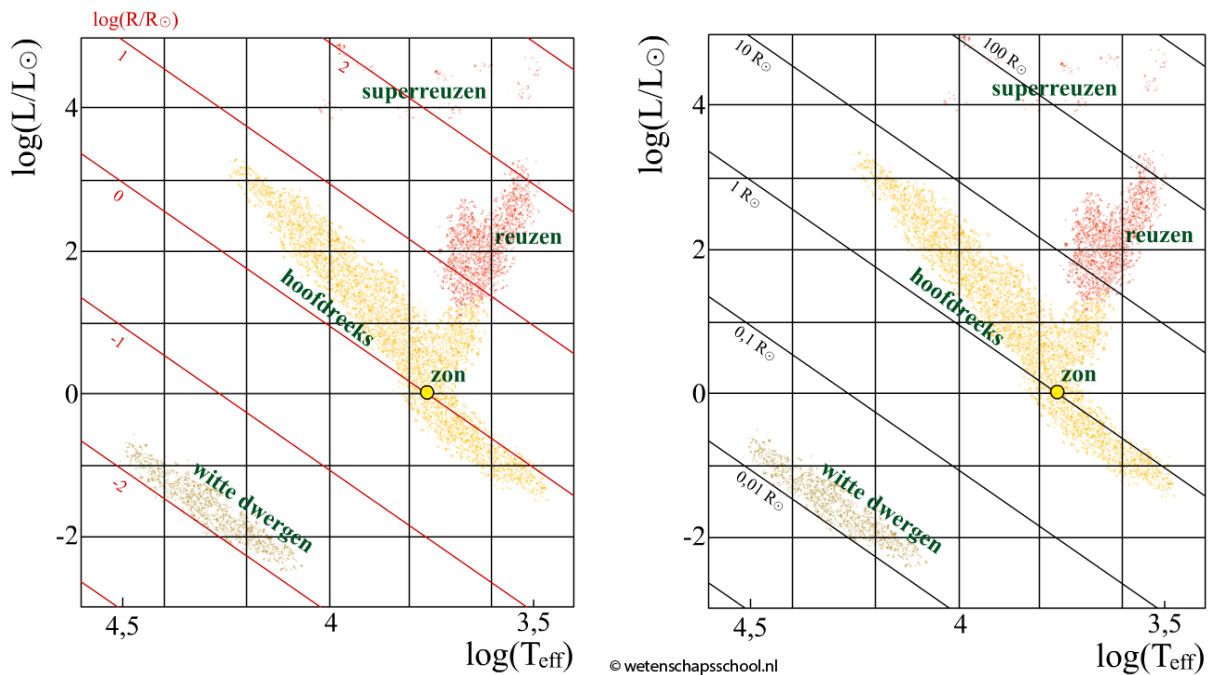
We vinden hier een resultaat dat we hadden kunnen verwachten. De lichtsterkte van de zon is gelijk aan 1x de lichtsterkte van de zon.

In het diagram kunnen we ook de straal van de sterren aflezen. Ook dit werkt met een logaritmische schaal (zie de volgende linker afbeelding). Stel een ster bevindt zich op $\log(R/R_{\odot}) = 1,2$, dan geldt er:

$$\frac{R}{R_{\odot}} = 10^{1,2} = 16$$

Deze ster heeft dus een straal 16x zo groot als de straal van de zon.

Let op dat deze logaritmische schaal in BINAS is weergegeven zoals in de rechter afbeelding te zien is. Je hebt echter de linker notatie nodig om nauwkeurig de straal af te kunnen lezen van sterren die zich niet mooi op de rasterlijnen bevinden.

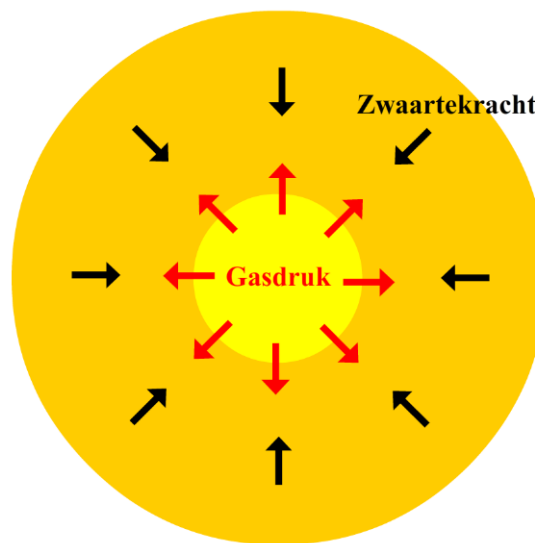


Sterren in verschillende fasen van hun ontwikkeling zijn te vinden op verschillende plekken in het HR-diagram. Laten we daarom de evolutie van sterren even doorspreken. Sterren ontstaan uit grote gas- en stofwolken die we **nevels** noemen (zie de linker onderstaande afbeelding).

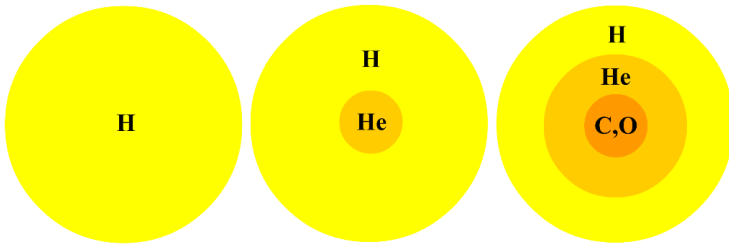
Als de ster eenmaal stabiel is, zit hij in de zogenaamde **hoofdreeks** die te zien is in het HR-diagram. Ook de zon bevindt zich, samen met 90% van de sterren, in deze hoofdreeks. Gedurende deze fase wordt **waterstof** in de kern van de ster gefuseerd tot **helium**. Bij deze fusie komt energie vrij waarmee de ster vanuit het binnenste een druk uitoefent naar buiten (zie de onderstaande rechter afbeelding). In de hoofdreeks geldt dat deze druk in **evenwicht** is met de **zwaartekracht** die juist zorgt voor een druk richting het midden van de ster.



(Afbeelding: James Webb Telescope; PD)

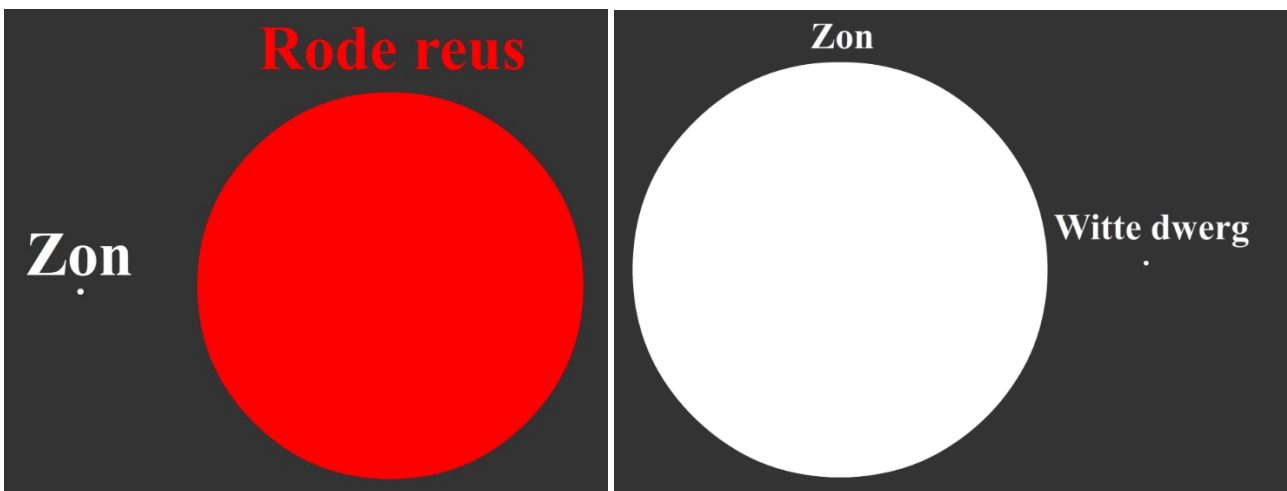


Als het waterstof in de kern van de ster op is, dan valt de druk vanuit het binnenste van de ster weg en krijgt de zwaartekracht de overhand. Als gevolg stort de ster in elkaar. Dit zorgt voor een enorme toename van de temperatuur groot genoeg om helium in de kern te fuseren tot **koolstof** en **zuurstof** (zie de onderstaande afbeelding).

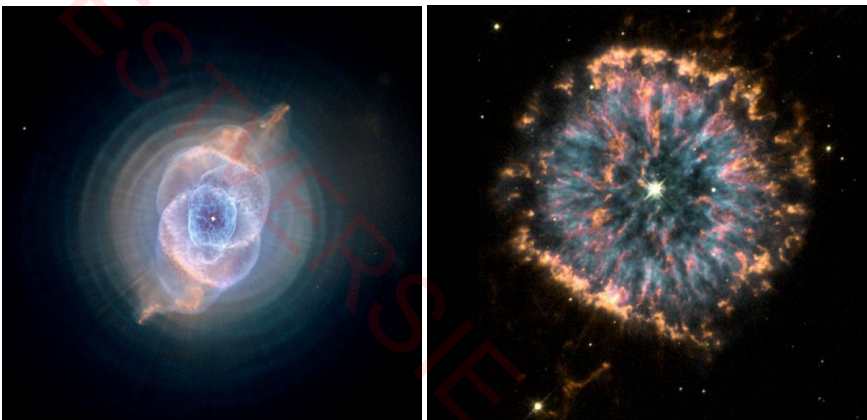


Bij deze fusiereacties komt zoveel energie vrij, dat de ster enorm uitzet. Door het extreme uitzetten koelt de ster aan het oppervlak zo af dat deze rood licht gaat uitzenden. Een ster met een massa minder dan $8 M_{\odot}$ noemen we in deze fase een **rode reus** en een ster met een massa groter dan $8 M_{\odot}$ noemen we in deze fase een **rode superreus**. Ook deze sterren zijn in het HR-diagram duidelijk te herkennen. Onze zon zal over zo'n 5 miljard jaar een rode reus worden. In de onderstaande afbeelding zien we hoe groot deze rode reus zal zijn ten opzichte van de zon in zijn huidige vorm. De rode reus wordt zo groot dat de planeet Mercurius door de zon zal worden opgeslokt.

Als ook helium opraakt, stort de ster geheel in elkaar. Bij een rode reus wordt in dat geval de kern in elkaar gedrukt tot een klein zwaar object dat een **witte dwerg** wordt genoemd. In het geval van de zon zal ongeveer de helft van de massa worden samengedrukt tot een klein object met een diameter iets kleiner dan de aarde (zie de onderstaande afbeelding). Als gevolg heeft de witte dwerg een enorme dichtheid. Een kubieke decimeter van het materiaal waar een witte dwerg van gemaakt is weegt zo'n miljoen kilogram.



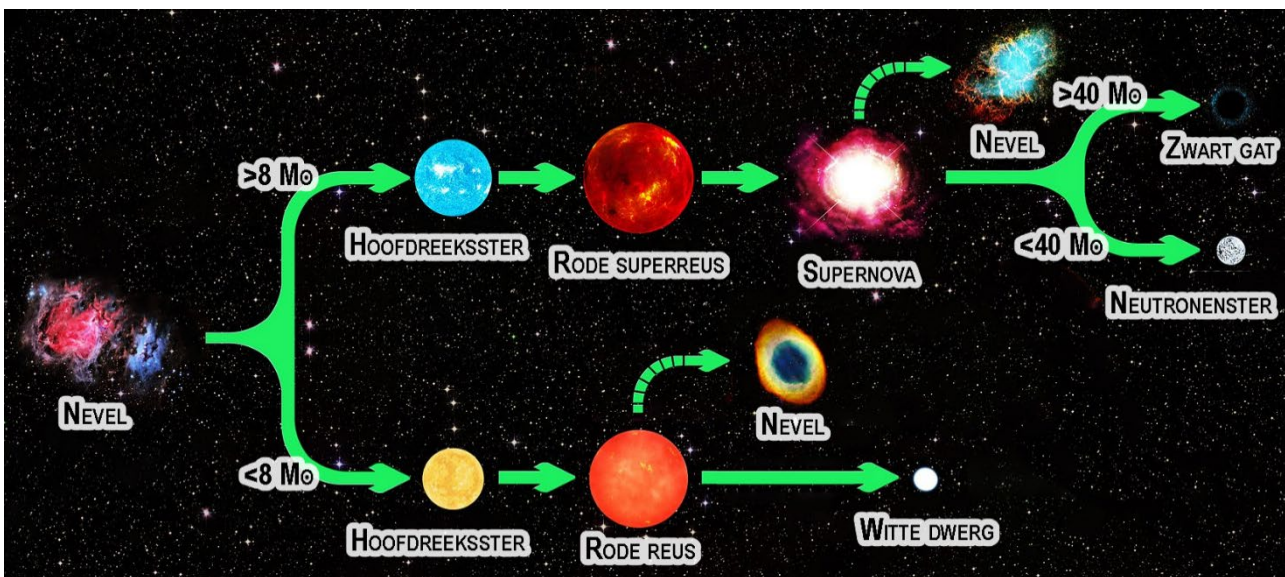
De buitenste lagen van de ster schieten naar buiten en vormen een nieuwe nevel, genaamd een **planetaire nevel** (zie de twee onderstaande afbeeldingen).



(Afbeelding: Hubble Space Telescope; PD)

Als een superreus ineentorst, is de implosie veel krachtiger. Als de massa van de superreus kleiner is dan ongeveer $40 M_{\odot}$, dan stort de ster ineent tot een **neutronenster**. Dit is een object waarbij de zwaartekracht zo groot is dat elektronen in de atoomkern worden geduwd. Als de elektronen botsen met de protonen in de kern ontstaan neutronen. Een neutronenster heeft een diameter van slechts 10-20 km. Een kubieke decimeter van het materiaal waarvan de ster gemaakt is, weegt nu 10^{14} kg! Als de massa van een superreus groter is dan $40 M_{\odot}$, dan ontstaat een **zwart gat**. Dit is een object zo zwaar dat zelfs licht er niet aan kan ontsnappen.

De buitenste lagen van de superreus worden met enorm veel energie de ruimte ingeschoten. Dit wordt een **supernova** genoemd. Bij deze explosie komt zoveel energie vrij dat ook zwaardere elementen van het periodiek systeem vormen. Deze elementen vormen dan weer een nevel waaruit weer nieuwe sterren gevormd kunnen worden. Alle atomen zwaarder dan waterstof zijn ooit in een vroegere ster gevormd. Veel van de atomen waar ons lichaam uit gemaakt is, zijn dus ooit gevormd in het binnenste van een ster. Daarom wordt weleens gezegd dat wij zijn gemaakt uit "sterrenstof". Hieronder staan de verschillende paden van de evolutie van een ster nog eens samengevat.



(Afbeelding: R.N. Bailey; CC BY 4.0-mod)

Leerdoelen:

- Zorg dat je de hoofdreeks, reuzen, superreuzen en witte dwergen kan lokaliseren in een Hertzsprung-Russell diagram.
- Zorg dat je de temperatuur en de lichtsterkte kan aflezen uit het Hertzsprung-Russell diagram. Gebruik hiervoor dat $\log(x) = y$ om te schrijven is tot $x = 10^y$ en begrijp dat L/L_{\odot} de factor geeft die de lichtsterkte groter is dan de zon.
- Zorg dat je met behulp van de diagonale assen kan aflezen wat de straal van een ster is.
- Zorg dat je weet dat sterren ontstaan in nevels. Gedurende de tijd in de hoofdreeks wordt in de kern van de ster waterstof gefuseerd tot helium. Als de waterstof in de kern op is, vormt een reus of een rode superreus. Als ook de helium in de kern op is, dan stort een reus in elkaar tot een witte dwerg en een planetaire nevel. Een superreus stort in elkaar tot een neutronenster (bij minder dan 40 zonsmassa's) of een zwart gat (bij meer dan 40 zonsmassa's). Dit gaat gepaard met een supernova.

Opdrachten

1. We bestuderen de ster Aldebaran in het Hertzsprung-Russell diagram.
 - a. (2p) Bepaal met behulp van het diagram de temperatuur van de ster.
 - b. (2p) Bepaal met behulp van het diagram de lichtsterkte van de ster ten opzichte van de zon.
 - c. (2p) Bepaal met behulp van het diagram de straal van de ster ten opzichte van de zon.

2. We bestuderen de ster Sirius in het Hertzsprung-Russell diagram.
- (2p) Bepaal met behulp van het diagram de temperatuur van de ster.
 - (2p) Laat met behulp van het diagram zien dat de lichtsterkte 25x zo sterk is als de zon.
 - (6p) Bereken met behulp van de lichtsterkte de straal van de ster. Kijk daarna of deze waarde overeenkomt met de waarde in het Hertzsprung-Russell diagram.

3. In de onderstaande afbeelding zien we de banen van sterren in het midden van ons melkwegstelsel. Al deze sterren bewegen om een onzichtbaar object heen waarvan we nu weten dat het een zwart gat is. Ster S0-16 komt erg dicht bij het onzichtbare object, op slechts een afstand van 45 AE. De snelheid van de ster is op dat moment 1200 km/s.

- (4p) Bereken de massa van het onzichtbare object en laat hiermee zien dat het inderdaad om een zwart gat moet gaan.
- (2p) Een object is een zwart gat als het een straal heeft kleiner dan de zogenaamde Schwarzschildstraal:

$$r_{\text{Schwarzschild}} = \frac{2GM}{c^2}$$

Bereken deze straal voor het zwarte gat in ons melkwegstelsel.

- (3p) Als je het object dichter nadert dan de Schwarzschildstraal, dan kan zelfs licht niet meer aan het zwarte gat ontsnappen. Leidt de bovenstaande formule af met behulp van formules uit BINAS.

(Afbeelding: ESO; CC BY 4.0)

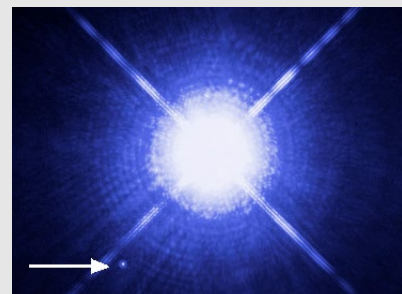


4. Over ongeveer 6 miljard jaar zal ongeveer 50% van de massa van de zon in elkaar worden geperst tot een witte dwerg.
- (4p) Deze witte dwerg zal een diameter krijgen ongeveer gelijk aan die van de maan. Bereken met deze informatie de dichtheid van de witte dwerg.
 - (3p) Bereken de massa van een eetlepel van de stof waaruit een witte dwerg bestaat. Ga ervan uit dat een eetlepel gelijk is aan 15 mL.
 - (5p) Een ster van 10 zonsmassa's wordt een neutronenster met een diameter van ongeveer 20 kilometer. Bereken opnieuw de dichtheid en de massa van een eetlepel.

5. De ster Sirius A, die vanaf de aarde goed te zien is, blijkt bij nadere beschouwing onderdeel van een dubbelstersysteem. De tweede ster, Sirius B, is een witte dwerg die op de onderstaande afbeelding zichtbaar is.

- (2p) Sirius bevindt zich op een afstand van 8,6 lj. Reken dit om naar meter.
- (4p) De afstand tussen beide sterren is 19,8 AE en de sterren bewegen om elkaar heen met een periode van 50,1 aardse jaren. Beide sterren roteren om een gemeenschappelijk zwaartepunt. Sirius B bevindt zich twee keer zo ver als Sirius A van dit zwaartepunt. Bereken hiermee de massa van Sirius B.

(Afbeelding: NASA; PD)



6. De ster Betelgeuze in het sterrenbeeld Orion is een zogenaamde rode superreus. De rode kleur van deze ster is zelfs met het blote oog goed te zien.
- (2p) Stel dat Betelgeuze en de zon van plek zouden wisselen. Welke planeetbanen bevinden zich dan binnen de omvang van Betelgeuze?
 - (1p) Leg met behulp van de kleur van Betelgeuze uit of de oppervlakte temperatuur groter of kleiner zal zijn dan dat van de zon.
 - (3p) De piek van de stralingskromme van Betelgeuze licht bij een golflengte van 878,1 nm. Bereken hiermee de temperatuur van de ster. Check daarna je antwoord met BINAS.
 - (3p) Uit waarnemingen blijkt dat voor de meeste sterren een verband bestaat tussen de lichtsterkte van de ster en de massa. Er geldt:

$$\frac{P_{ster}}{P_{zon}} = \left(\frac{M_{ster}}{M_{zon}}\right)^{3,5}$$

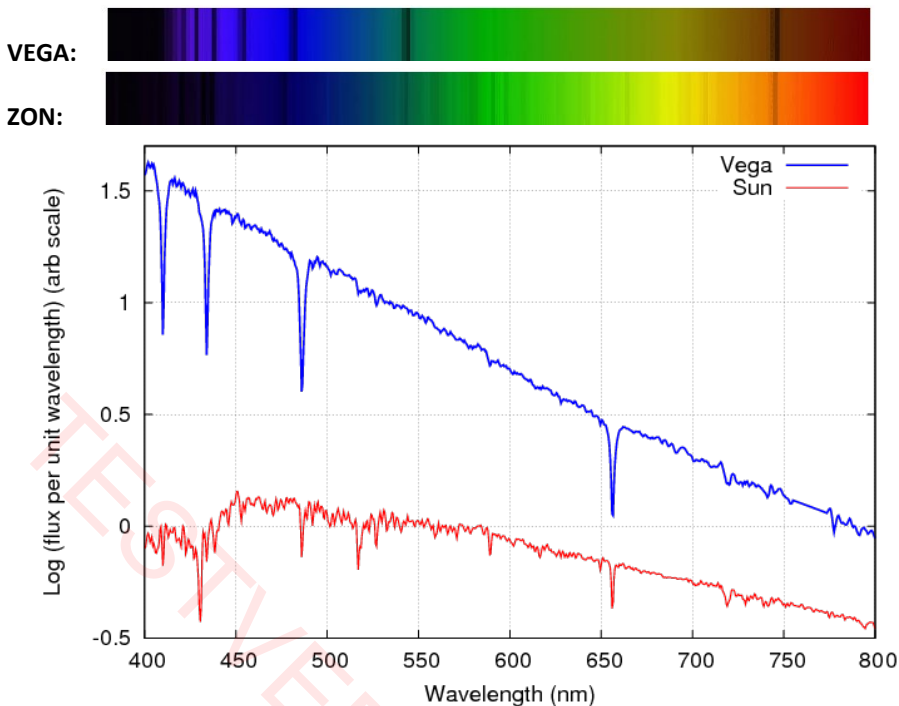
Als de massa van een ster groter is dan 8 keer de massa van de zon, dan zal de ster aan het eind van zijn leven ontploffen als een supernova. Ga met behulp van de bovenste formule na of dit voor Betelgeuze ook zal gelden.

- (4p) Tijdens zijn supernova zal Betelgeuze per seconde grofweg evenveel energie produceren als de zon in tien miljard jaar zal doen. Als gevolg zal de ster ook op aarde enorm sterk oplichten. Bereken de stralingsintensiteit van deze supernova in verhouding tot de stralingsintensiteit van de zon op aarde.

§5 Oefentoets

Vega en de zon

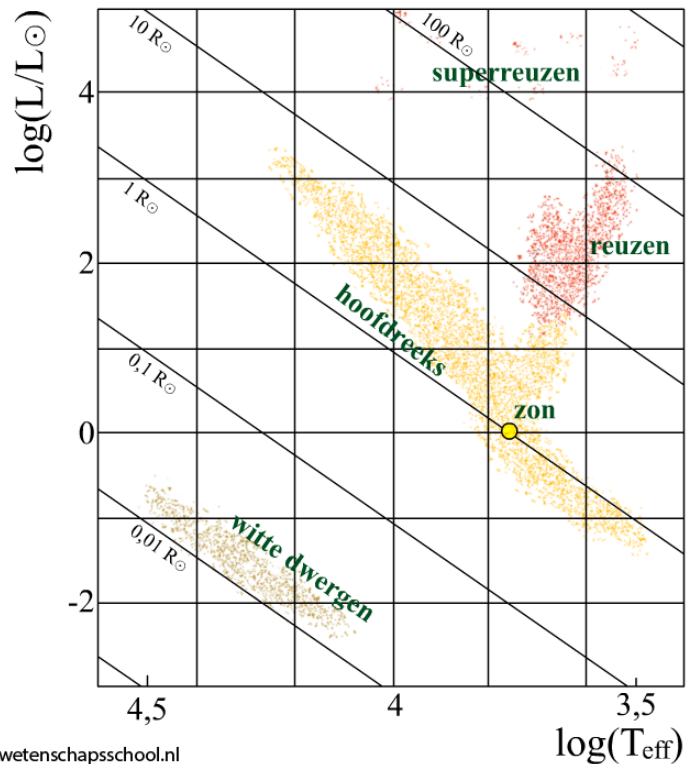
Hier onder is het zichtbare spectrum van de ster Vega (Wega) en de zon op twee manieren afgebeeld.



- (1p) Leg met behulp van BINAS uit welke stof de diepste lijnen veroorzaakt in het spectrum van Vega.
- (4p) Bepaal de minimale temperatuur van Vega op basis van het diagram. Wat kan je hiermee zeggen over de kleur van Vega. Gebruik hiervoor BINAS.

Met het volledige spectrum van Vega kan de daadwerkelijke temperatuur bepaald worden. Dit blijkt gelijk aan $10,0 \times 10^3$ K.

- 3 (2p) In het diagram is te zien dat de waterstofabsorptielijnen van Vega breder zijn dan bij de zon het geval is. Dit komt door een effect dat dopplerverbreiding genoemd. Leg uit waarom dit bij Vega voor een groter effect zorgt.
- 4 (4p) Bepaal aan de hand van de breedte van de waterstoflijnen van Vega het snelheidsbereik waartussen de meeste waterstofatomen bewegen aan het oppervlak van de ster.
- 5 (5p) Teken Vega in het rechter Hertzsprung-Russell-diagram en bepaal daarna met behulp van het diagram de straal van de ster (je kan daarna nagaan dat je het juiste antwoord gevonden hebt door de straal in BINAS op te zoeken).



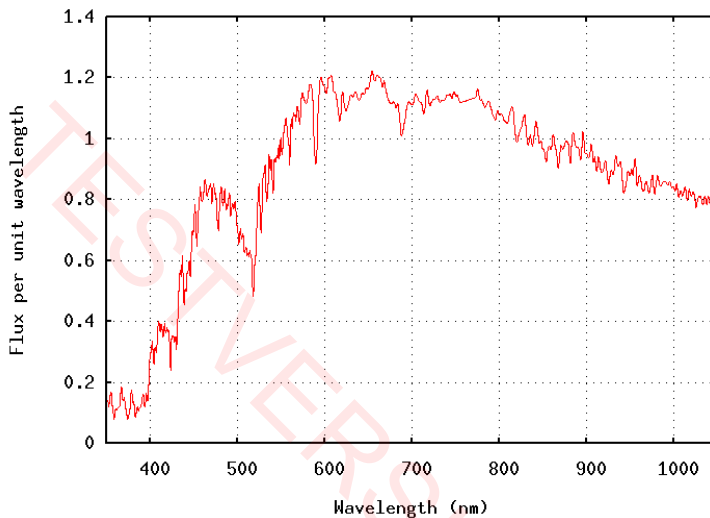
- 6 (4p) Bereken nu de straal van de ster Vega en laat zien dat je op (ongeveer) dezelfde waarde uitkomt.
- 7 (4p) Bereken met behulp van BINAS 32 welke factor de lichtintensiteit van Vega verschilt van die van de zon (gezien vanaf de aarde).
- 8 Uit waarnemingen blijkt dat voor de meeste sterren een verband bestaat tussen de lichtsterkte van de ster en de massa. Er geldt grofweg:

$$\frac{L_{ster}}{L_{zon}} = \left(\frac{M_{ster}}{M_{zon}} \right)^{3,5}$$

Als de massa van een ster groter is dan 8 keer de massa van de zon, dan zal de ster aan het eind van zijn leven ontploffen als een supernova. Ga met behulp van de bovenste formule na of dit voor Vega ook zal gelden.

Natrium in een ster

Hieronder is een spectrum van een ster te zien.



- 9 (1p) Maak met behulp van BINAS aannemelijk dat er zich natrium en ijzer in de ster bevindt.

- 10 (1p) Natrium in een ster kan fotonen absorberen als de fotonenergie overeenkomt met het verschil tussen de volgende "energieniveaus" van natrium:

Energieniveaus	Energie (eV)
1	-5.14
2	-3.04
3	-1.96
4	-1.52

Leg uit welke energieovergang zorgt voor de lijn in het spectrum.

De wet van Stefan-Boltzmann

De wet van Stefan-Boltzmann is in de 19^{de} eeuw afgeleid door eerst een formule op te stellen voor de planckkromme. Deze formule werd daarna "geïntegreerd", waardoor het oppervlak onder de kromme bepaald kon worden.

- 11 (1p) Leg uit dat dit oppervlak gelijk is aan de totale intensiteit van de lichtbron.
12 (2p) Het uiteindelijke resultaat van de berekening gaf:

$$P = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} AT^4$$

Laat zien dat de constante voor AT^4 dezelfde eenheid heeft als σ in de formule van Stefan-Boltzmann.

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel

7	Constante van Planck, Wien en Stefan-Boltzmann en de lichtsnelheid
19A	Het zichtbare spectrum in kleur
19B	Het volledige spectrum
21	Energieniveaus waterstof
23	Planck-krommen
31	Gegevens planeten
32B	Gegevens sterren
32C	Gegevens zon (inclusief astronomische eenheid (AE), vermogen en zonneconstante)
33	Hertzsprung-Russeldiagram

TESTVERSIE

Hoofdstuk 3

Kwantumfysica

§1 Deeltjesverschijnselen

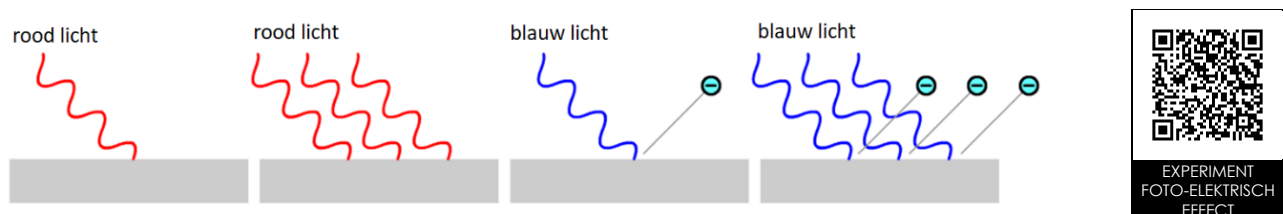
De kwantumfysica geeft ons een zeer nauwkeurige beschrijving van de kleine deeltjes waaruit de wereld bestaat. De eerste doorbraak in deze theorie was Einsteins ontdekking dat licht uit deeltjes bestaat. Deze deeltjes worden fotonen genoemd. In deze paragraaf gaan we lezen hoe deze ontdekking gedaan is.

Als we **licht op metaalatomen** schijnen, dan kan dit licht geabsorbeerd worden door de elektronen in deze atomen. In sommige gevallen heeft het licht genoeg energie om elektronen uit de atomen trekken. De elektronen schieten dan weg van de metaalatomen. Dit wordt het **foto-elektrisch effect** genoemd.

In de 19^{de} eeuw werd ontdekt dat licht **golfeigenschappen** heeft. Als gevolg werd gedacht dat het ontsnappen van de elektronen zou moeten afhangen van de **intensiteit** (en dus van de amplitude) van deze golven. Volgens deze theorie zou elke kleur licht elektronen moeten kunnen laten ontsnappen uit het metaal, als we het licht maar fel genoeg maken (zie de onderstaande afbeelding).



In werkelijkheid bleek dit echter **niet** het geval! In plaats van de intensiteit, bleek de **frequentie** (en dus de kleur) van het licht het verschil te maken. Als de frequentie boven een bepaalde **grensfrequentie** (f_{grens}) komt, dan ontsnappen de elektronen en anders niet. In BINAS vinden we voor verschillende stoffen deze grensfrequentie. Licht onder de grensfrequentie zal nooit elektronen doen laten ontsnappen, hoe fel we het licht ook maken.



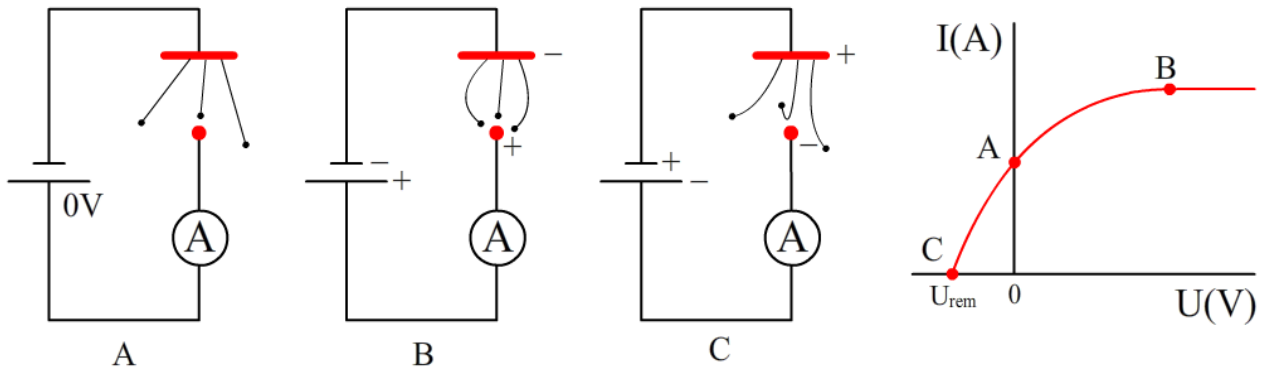
Einstein concludeerde op basis van deze observatie dat licht behalve golf- ook **deeltjeseigenschappen** heeft. Volgens Einstein was licht opgebouwd uit kleine deeltjes genaamd **fotonen**. Als de lichtgolf het metaal raakt, dan is het niet de gehele golf die geabsorbeerd wordt, maar de individuele fotonen waaruit het licht bestaat. Als een enkel foton genoeg energie heeft, dan zal het elektron ontsnappen uit het atoom en anders niet. De intensiteit heeft hier geen invloed op. Hoe hoger de intensiteit, hoe meer fotonen, maar als elk afzonderlijk foton niet genoeg energie heeft, dan zal geen van deze fotonen in staat zijn een elektron te laten ontsnappen.

Naast de grensfrequentie bestaat ook de **grensgolflengte**. Voor een aantal metalen zijn ook deze waarden in BINAS te vinden. Met behulp van de formule $E_f = hc / \lambda$ kunnen we zien dat een **grotere golflengte** zorgt voor een **kleinere** energie. Alleen bij golflengtes **kleiner** dan de grensgolflengte vindt dus het foto-elektrisch effect plaats.

Bij het foto-elektrisch effect moet het foton in ieder geval genoeg energie hebben om het elektron uit het metaal te trekken. Deze energie wordt de **uittree-energie** (E_{uittree}) of ook wel de **ionisatie-energie** genoemd. De uittree-energie is ook voor verschillende stoffen in BINAS te vinden. Als er dan nog energie over is, dan wordt deze energie meegegeven aan het elektron in de vorm van **kinetische energie**. Dit is de energie waarmee het elektron wegschiet uit het materiaal. Er geldt dus:

$$E_{\text{foton}} = E_{\text{uittree}} + E_{\text{kin}} \quad (\text{bij ontsnappen elektron})$$

Met de onderstaande schakeling met een zogenaamde **fotocel** kunnen we het foto-elektrisch effect nauwkeuriger bestuderen. Een metalen plaatje genaamd een **kathode** wordt aangesloten op de minpool van een spanningsbron en een metalen bolletje genaamd een **anode** wordt aangesloten op de pluspool. In eerste instantie wordt de spanning op 0 volt gezet. Als we licht op het metalen plaatje schijnen, dan komen er elektronen vrij. Een aantal van de elektronen zal toevallig tegen het metalen bolletje aan de overkant komen (zie afbeelding A). Op deze manier ontstaat een stroom van elektronen die met de ampèremeter kan worden gemeten.



Als we de spanning groter maken dan 0 V, dan wordt het metalen bolletje positief (zie afbeelding B). Dit zorgt ervoor dat de losvliegende elektronen tot het bolletje worden aangetrokken. Er zullen hierdoor meer elektronen aankomen, waardoor de stroomsterkte toeneemt. Als we de spanning blijven verhogen, dan komt er een moment dat alle losgekomen elektronen op het metalen bolletje terecht komen. De stroomsterkte is nu maximaal. Als we de spanning nog hoger zetten, dan zal de stroomsterkte nu niet meer toenemen, omdat alle losgekomen elektronen immers al zijn aangekomen.

We kunnen de spanning ook negatief maken. In dat geval wordt het metalen bolletje negatief. De elektronen die vrijkomen worden nu juist afgestoten door de anode (zie afbeelding C). Bij een bepaalde negatieve spanning komt geen enkel elektron meer aan. De stroomsterkte is dan 0 A. De spanning waarbij dit voor het eerst gebeurt, noemen we de **remspanning** (U_{rem}). Hoe groter de kinetische energie van de elektronen is, hoe groter de remspanning moet zijn om de elektronen af te remmen. Bij het afremmen wordt de kinetische energie geheel omgezet in elektrische energie.

$$E_{kin} = E_{elek}$$

Eerder in dit boek hebben we gezien dat de elektrische energie wordt gegeven door $E_{elek} = qU$. Voor het elektron is de lading (q) gelijk aan de **elektronlading** (e). Deze lading is te vinden in BINAS tabel 7. Met de bovenstaande formules kunnen we de energie-omzetting van het foto-elektrisch effect als volgt uitschrijven:

$$E_{foton} = E_{uitree} + E_{kin}$$

$$hf_{foton} = hf_{grens} + eU_{rem}$$

Deze formule wordt vaak gebruikt om de constante van Planck te bepalen. Als je deze constante eenmaal hebt, dan kan je de formule ook gebruiken om grensfrequenties van verschillende metalen te vinden.



INSTRUCTIEVIDEO
FOTO-ELEKTRISCH
EFFECT

Leerdoelen:

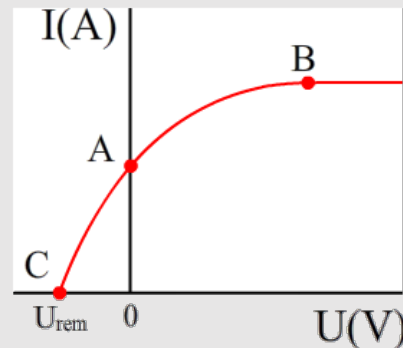
- Zorg dat je weet dat met het foto-elektrisch effect elektronen vrijgemaakt worden uit metalen met behulp van licht.
- Zorg dat je begrijpt dat als licht zich als golf zou gedragen, dat licht van welke kleur dan ook met genoeg intensiteit zal zorgen voor het foto-elektrisch effect. Dit is niet wat we waarnemen.
- Zorg dat je weet dat licht zich hier als deeltjes (fotonen) gedraagt, waarbij het foto-elektrisch effect optreedt als de energie per foton boven de grensfrequentie (f_{grens}), boven de uittree-energie (E_{uitree}) of onder de grensgolflengte (λ_{grens}) uitkomt.

- Zorg dat je weet dat de energieomzetting bij het foto-elektrisch effect gegeven wordt door $E_{\text{foton}} = E_{\text{uittree}} + E_{\text{kin}}$. Voor de fotonenergie geldt $E_f = hf$ en voor de uittree-energie geldt $E_{\text{uittree}} = hf_{\text{grens}}$.
- Zorg dat je kan redeneren met het (U,I)-diagram van een fotocel. Zorg dat je begrijpt dat je met een negatieve remspanning (U_{rem}) tussen de kathode en de anode de vrijgemaakte elektronen kan afremmen en dat hierbij de energieomzetting $E_{\text{kin}} = E_{\text{elek}}$ plaatsvindt met $E_{\text{elek}} = eU_{\text{rem}}$.
- Bij een positieve spanning over de fotocel worden de elektronen juist tot de anode aangetrokken. Bij een bepaalde spanning komen alle vrijgemaakte elektronen aan bij de anode. De stroomsterkte is dan maximaal.
- Zorg dat je met de hierboven beschreven opstelling de constante van Planck kan uitrekenen.

Opdrachten

1. (2p) Leg uit hoe je met het foto-elektrisch effect kan aantonen dat licht uit fotonen bestaat.
2. In de onderstaande afbeelding zien we het (U,I)-diagram dat gebruikt wordt bij onderzoek naar het foto-elektrisch effect.

- a. (1p) Leg uit waarom de grafiek uiteindelijk afvlakt.
- b. (2p) Schets hoe het diagram verandert als je de intensiteit van het licht groter maakt, maar de frequentie van het licht gelijk laat.
- c. (3p) Schets hoe het diagram verandert als je een metaal kiest met een grotere uittree-energie.
- d. (2p) Schets hoe het diagram verandert als je de frequentie van het licht groter maakt, maar de intensiteit van het licht gelijk laat.

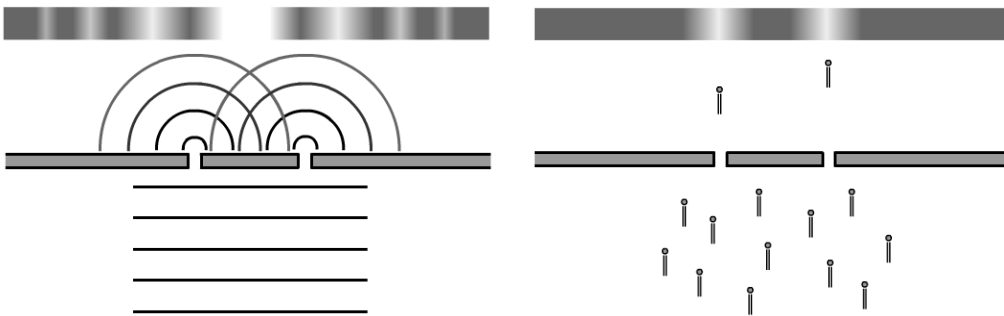


3. (2p) Leg uit hoe je met de grensfrequentie en de grensgolflengte kan bepalen of een metaalatom zal ioniseren of niet.
4. (3p) Ga na of blauw licht sterk genoeg is om elektronen in een stuk zilver te ioniseren.
5. (2p) Fotonen met een golflengte van 300 nm worden op een stuk zink geschoten. Leg uit of de elektronen in het zink zullen ioniseren.
6. (4p) Een lichtbundel bestaande uit fotonen met een golflengte van 200 nm wordt op een stuk zilver geschoten. De elektronen die hierbij vrijkomen worden afgeremd in een elektrisch veld. De minimale spanning waarbij de elektronen volledig worden afgeremd blijkt 1,5 V te zijn. Bereken met deze gegevens de constante van Planck.

§2 Golfverschijnselen

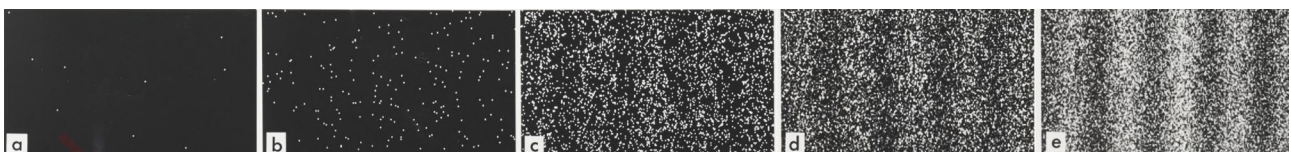
In de vorige paragraaf hebben we gezien dat licht uit deeltjes bestaat genaamd fotonen. In deze paragraaf gaan we zien dat licht ook golfeigenschappen heeft. Ook gaan we zien dat massieve deeltjes zoals elektronen zowel golf- als deeltjeseigenschappen hebben.

We kunnen als volgt aantonen dat licht ook golfeigenschappen heeft. Als we licht op een plaatje met twee dunne spleetjes schijnen, dan ontstaan achter beide spleetjes cirkelvormige golven, die met elkaar gaan **interfereren** (zie de onderstaande linker afbeelding). We noemen dit het **dubbele spleet experiment**. Als we achter het scherm een detector plaatsen, dan zien we op dit scherm maxima en minima zoals we dat ook in het hoofdstuk "Trillingen" gezien hebben. Het interferentiepatroon is een aanwijzing dat licht een golf is. Als licht uit deeltjes zou bestaan, dan zouden we het rechter patroon verwachten, maar dit is niet wat we meten. Dit is merkwaardig, aangezien we in de vorige paragraaf juist geleerd hebben dat licht uit deeltjes bestaat. Als gevolg spreken we van de **golf-deeltje-dualiteit**.

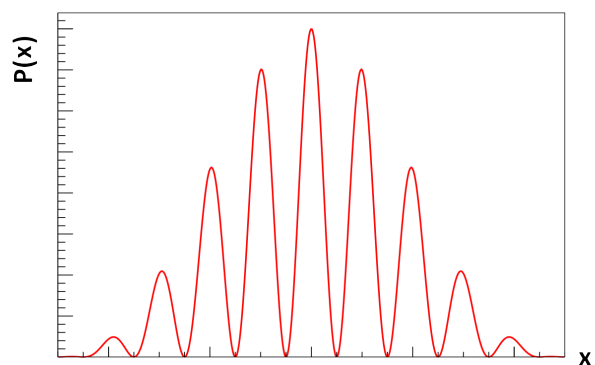


Maar het wordt nog vreemder. Als we de individuele fotonen volgen om te zien hoe ze bewegen, dan krijgen we wel het rechter patroon te zien! Als we niet meten, dan gedraagt licht zich dus als een golf en als we wel meten, dan bestaat licht plotseling uit losse deeltjes.

We kunnen ook fotonen één voor één door de spleten sturen. In de onderstaande afbeelding zien we wat er in dat geval gebeurt. Ten eerste zien we dat de fotonen op specifieke punten op de detector terecht komen. Dit suggereert dat fotonen deeltjes zijn. Maar als we lang genoeg wachten, dan zien we een interferentiepatroon ontstaan. Dit suggereert juist dat fotonen golven zijn. Een dergelijk interferentiepatroon kan alleen ontstaan als elk foton door **beide** spleten is gegaan en met zichzelf heeft geïnterfereerd! Het moment dat de fotogolf echter tegen de detector botst, verschijnt het foton als een puntje op het scherm, alsof het juist een deeltje is! De golf is op dat moment dus ineens geklapt tot een deeltje. Dit lijkt onlogisch, maar toch is dit wat we meten. De bekende kwantumfysicus Niels Bohr zei over deze vreemde effecten: "Wie zegt de kwantumfysica te begrijpen, heeft het niet begrepen".

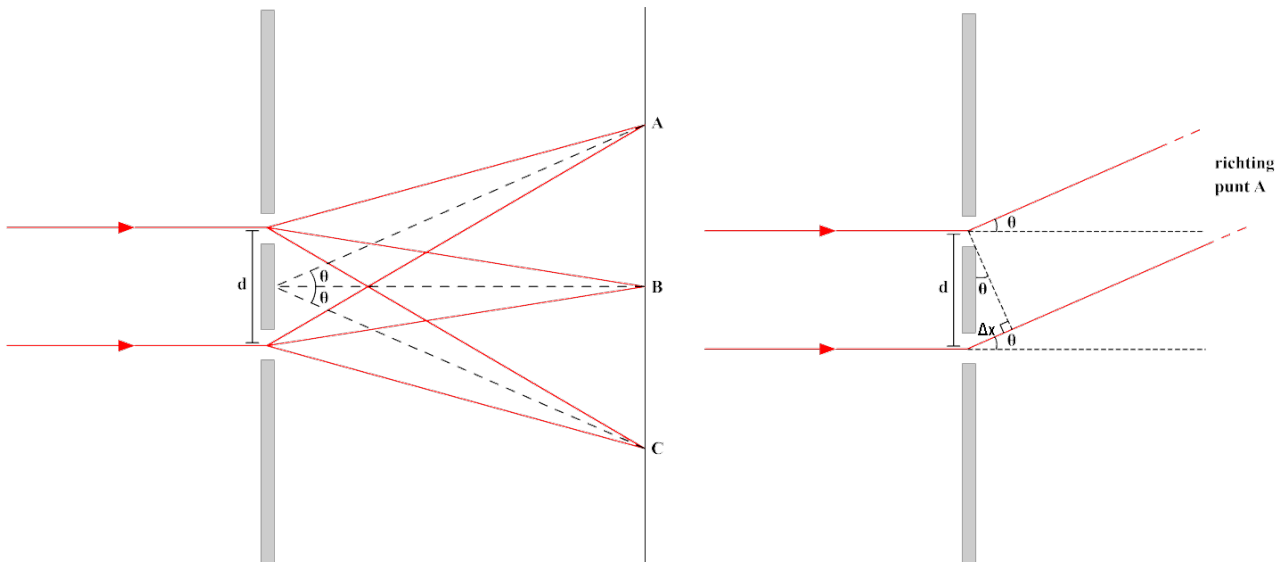


Maar wat bepaalt dan waar het foton op de detector terecht komt? Dit blijkt niet te voorspellen te zijn. Het is niet mogelijk van te voren uit te vinden waar het foton op het scherm zal komen. Het enige dat we weten, is dat als je genoeg fotonen afschiet, dat dan een voorspelbaar interferentiepatroon ontstaat. Bij de maxima is de kans op een foton het grootst en bij de minima is er geen kans het foton te vinden. De kwantumfysica is dus gebaseerd op **kans** en het interferentiepatroon vertelt ons hoe groot deze kans is. We noemen dit patroon daarom ook wel een **waarschijnlijkheidsverdeling (P)**. Hiernaast zien we een afbeelding van de waarschijnlijkheidsverdeling die bij dit experiment hoort.



Als je de kans wil vinden dat je een elektron in een bepaald gebiedje zal aantreffen, dan doe je dat door de **oppervlakte onder de grafiek** te bepalen. Het totale oppervlak onder de grafiek is **altijd 1**, oftewel 100%. Als je overal zoekt, heb je namelijk zekerheid dat je het elektron ergens zal vinden.

Met behulp van de onderstaande afbeelding gaan we begrijpen hoe het interferentiepatroon vormt. In de onderstaande afbeelding zien we een golf die aankomt bij een plaat met daarin twee spleten. Achter de spleten ontstaat bij elke spleet een cirkelvormige golf. In punt B is de weglengte van beide golven gelijk en als gevolg is het **weglengteverschil nul** en komen de golven dus **in fase** aan. Hier bevindt zich dus een maximum. We noemen dit het **nulde orde** maximum.



De eerstvolgende maxima bevinden zich bij punt A en C. We noemen dit de **eerste orde maxima**. Rechts zien we een close-up van de twee golven die aankomen in punt A. Het weglengteverschil tussen de twee lichtstralen die bij punt A uitkomen is in deze afbeelding Δx genoemd. Deze afstand is een zijde van een driehoek waarvoor geldt:

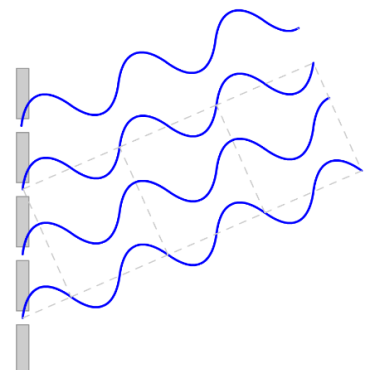
$$\sin \theta = \frac{\Delta x}{d}$$

Zoals je je misschien nog kan herinneren uit het hoofdstuk "Trillingen" geldt dat constructieve interferentie optreedt als er precies een heel aantal golflengtes in dit weglengteverschil Δx passen. Op deze manier komen de golven namelijk in fase aan bij de detector. Er geldt dus: $\Delta x = n\lambda$, waarbij n een heel getal is. Als we deze twee formules combineren, dan vinden we:

$$n\lambda = d \sin \theta$$

Orde (n)	-
Golflengte (λ)	meter (m)
Afstand tussen de spleten (d)	meter (m)
Hoek van de n^{de} orde bundel ten opzichte van de middellijn (θ)	graden ($^{\circ}$)

Dezelfde formule geldt ook voor een zogenaamde **tralie**. Dit is een plaatje met daarin niet twee maar een hele hoop spleten. Het voordeel van een tralie is dat op veel meer punten destructieve interferentie voorkomt, waardoor de pieken van het interferentiepatroon dunner worden. Dit werkt als volgt. Als we in de rechter afbeelding twee golven naast elkaar optellen, dan vindt geen destructieve interferentie plaats. Als we echter een golf overslaan, dan treedt de destructieve interferentie in dit geval wel op. Omdat tralies honderden spleten per millimeter kunnen hebben, zorgt dit voor zoveel destructieve interferentie dat alleen de punten heel dicht bij de maxima nog oplichten. Met de onderstaande QR-code kom je bij een filmpje waarmee de werking van een tralie gedemonstreerd wordt.



Het dubbele spleet experiment werd op een later moment ook uitgevoerd voor **deeltjes met massa**, zoals elektronen, protonen en zelfs hele moleculen. In alle gevallen vonden we hetzelfde resultaat als bij fotonen. Ook deeltjes met massa hebben dus zowel golf- als deeltjeseigenschappen. Een massief deeltje als een elektron kunnen we dus ook voorstellen als een golfje en moet dus ook een golflengte hebben.



In de relativiteitstheorie was bekend dat de zogenaamde **impuls (p)** voor deeltjes zonder massa gegeven wordt door $E = pc$. Voor deeltjes met massa gold al in de Newtoniaanse mechanica dat:

$$p = mv$$

Impuls (p)	kg m/s
Massa (m)	kilogram (kg)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

Door de formule $E_f = pc$ en $E_f = hc / \lambda$ te combineren, vond de wetenschapper **Louis de Broglie** één formule waarmee de golflengte te vinden was voor zowel deeltjes met als zonder massa. We noemen dit de **debroglie-golflengte**:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

De debroglie-golflengte (λ)	meter (m)
De constante van Planck (h)	$6,62606957 \times 10^{-34}$ Js
Impuls (p)	kilogram keer meter per seconde (kgm/s)

Dit is één van de belangrijkste formules in de kwantummechanica. Omdat de impuls zo vaak gebruikt wordt in de kwantummechanica, gaan we de formule voor de kinetische energie als volgt herschrijven:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mv^2}{2}$$

Dan vermenigvuldigen de we teller en de noemer aan de rechterkant van de vergelijking met m:

$$E_{kin} = \frac{m^2v^2}{2m}$$

Omdat $p^2 = m^2v^2$ kunnen we dit herschrijven tot:

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m}$$

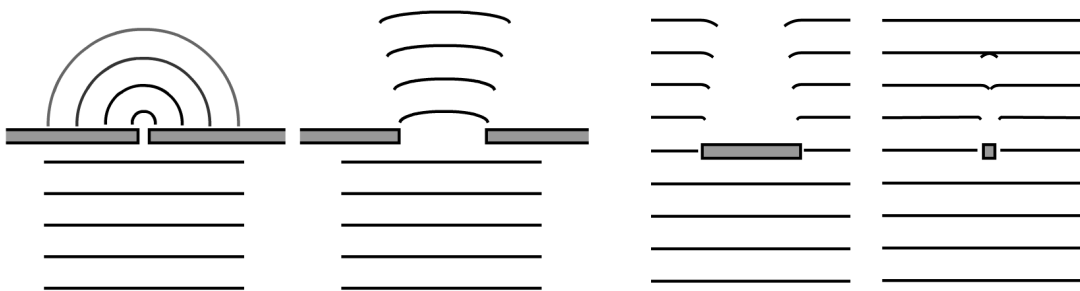
Impuls (p)	kg m/s
Massa (m)	kilogram (kg)
Kinetische energie (E_{kin})	joule (J)

In het dagelijks leven merken we weinig van de golfeigenschappen van deeltjes. Dit komt omdat de constante van Planck (h) in de formule van de Broglie erg klein is. Aan de formule $\lambda = h/p$ zien we dat de golflengte alleen groot wordt als de impuls (p) erg klein is. Dit gebeurt bijvoorbeeld als we een stof extreem koud maken. In dat geval wordt de snelheid en dus ook de impuls van de deeltjes klein.

De formule van de Broglie speelt o.a. een rol in de microscopie. Om dit te begrijpen moeten we eerst een begrip bespreken genaamd **buiging**, ook wel **diffractie** genoemd. Golven buigen namelijk om voorwerpen heen. Bij geluid kennen we dit effect allemaal. We kunnen bijvoorbeeld iemand horen die om een hoek staat, omdat het geluid de hoek om buigt.

Hieronder zien we aan de linkerkant golven die zich door een dunne en een brede spleet bewegen. Als de spleet **klein is ten opzichte van de golflengte**, dan treedt **veel buiging** op. Zo niet, dan treedt juist weinig buiging op. Bij een erg brede spleet vindt bijna helemaal geen buiging plaats. Dankzij de kleine golflengte van zichtbaar licht, merken we weinig van het buigen van licht in het dagelijks leven. Voor **radiogolven** is dit echter een ander verhaal. Radiogolven hebben een veel grotere golflengte en buigen daarom gemakkelijk om alledaagse voorwerpen heen. Dit is waarom een radio bijna overal ontvangst heeft. De radiostraling buigt zich om alle voorwerpen heen en komt zo in alle uithoeken terecht.

Aan de rechterzijde zijn twee voorwerpen afgebeeld die beschienen worden met licht. Ook hier treedt buiging op. Als het voorwerp **klein is ten opzichte van de golflengte**, dan treedt **veel buiging** op. Zo niet, dan vindt weinig buiging plaats. Links in de afbeelding treedt dus weinig buiging op en als gevolg is er achter het voorwerp een duidelijke schaduw te zien. Rechts is de buiging zo extreem dat de golven hun pad vervolgen alsof er helemaal geen voorwerp aanwezig is.



Dit effect zorgt voor een limiet bij het gebruik van lichtmicroscopen. Als de golflengte van zichtbaar licht groter is dan het voorwerp dat je wilt bekijken, dan krijg je door buiging geen goed beeld. Bij erg kleine voorwerpen moet dus een ander type microscoop gebruikt worden. Een voorbeeld is een **elektronenmicroscoop**. Stel dat de elektronen in dit type microscoop met een snelheid van $2,3 \times 10^5$ m/s worden afgeschoten op het voorwerp dat we willen bekijken, dan vinden we de volgende de Broglie-golflengte:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{9,31 \times 10^{-31} \times 2,3 \times 10^5} = 3,0 \text{ nm}$$



Dit is klein genoeg om bijvoorbeeld een virus te kunnen bekijken, hetgeen met een normale microscoop niet mogelijk is.

Leerdoelen:

- Zorg dat je kan beschrijven waarom het dubbelspleetexperiment aanwijzingen van golf-deeltje-dualiteit laat zien.
- Zorg dat je kan redeneren met de waarschijnlijkheidsverdeling (P). Het oppervlak onder deze grafiek keer 100 komt overeen met de kans het deeltje aan te treffen. Het totale oppervlak moet altijd gelijk zijn aan 1.
- Zorg dat je met het weglengteverschil kan verklaren waar de maxima van het interferentiepatroon van een dubbelspleet of een tralie te vinden zijn.
- Zorg dat je kan rekenen met $d \sin \theta = n \lambda$ en dat je deze formule ook kan afleiden. Bij $\theta = 0^\circ$ vinden we de nulde orde. Aan weerszijden bevinden zich de hogere orden. De hoek kan in deze formule niet boven de 90° uitkomen. In dit geval geeft de formule een "error". Hiermee wordt het totaal aantal orden bepaald.

- Zorg dat je kan rekenen met $p = mv$, $E_{kin} = p^2/(2m)$ en $\lambda = h/p$. De λ wordt in deze formule de de Brogliegolflengte genoemd. Deze formule is van toepassing op deeltjes met en zonder massa.
- Buiging (ook wel diffractie genoemd) bij een golf door een spleet treedt op als de spleet klein is ten opzichte van de golflengte.

Opdrachten

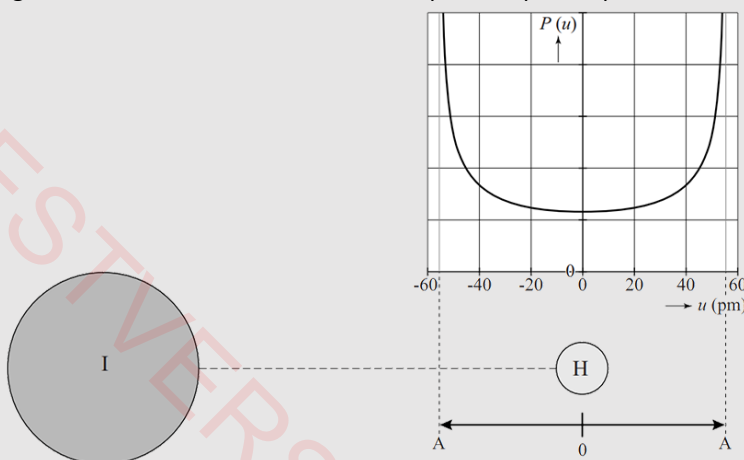
- (2p) Als je je hand onder zonlicht houdt, dan ontstaat op de ondergrond een scherpe schaduw. Wat zegt dit over de golflengte van zonlicht? Gebruik in je antwoord het woord buiging.
- (2p) Een paal staat in de zee. Als golven met een golflengte van een paar meter langskomen, dan worden de golven even vervormd door de aanwezigheid van de paal, maar even later gaan de golven verder alsof de paal er niet geweest was. Leg uit hoe dit kan.
- (2p) Leg uit waarom radiogolven geschikt zijn voor het ontvangen van wifi.
- (2p) Leg uit hoe wetenschappers hebben aangetoond dat deeltjes zoals elektronen en fotonen zowel een golf- als een deeltjeskarakter hebben.
- Een leerling schijnt een laser door een tralie met 700 spleten per millimeter. De hoek richting de eerste orde maxima is 27 graden.
 - (4p) Laat met een berekening zien dat de golflengte van het gebruikte licht 650 nm is. Welke kleur heeft dit licht?
 - (3p) Bepaal hoeveel maxima er maximaal op het scherm te zien zijn.
 - (6p) Hoeveel maxima zijn er als we een tralie nemen met slechts 100 lijnen per millimeter?

- Zelfs bij een enkele spleet krijg je een interferentiepatroon te zien. Bij een enkele spleet spreken we van diffractie. Rechts is dit patroon te zien.



- (1p) Leg uit hoe er zelfs bij een enkele spleet interferentie kan optreden. Leg ook uit waarom hier niet de afstand tussen spleten, maar de dikte van de spleet zelf van belang is.
- (4p) Een spleet heeft een dikte van $1,0 \mu\text{m}$. Bereken hoeveel maxima zichtbaar zijn.
(Bron: Jordgette; CC BY-SA 3.0)

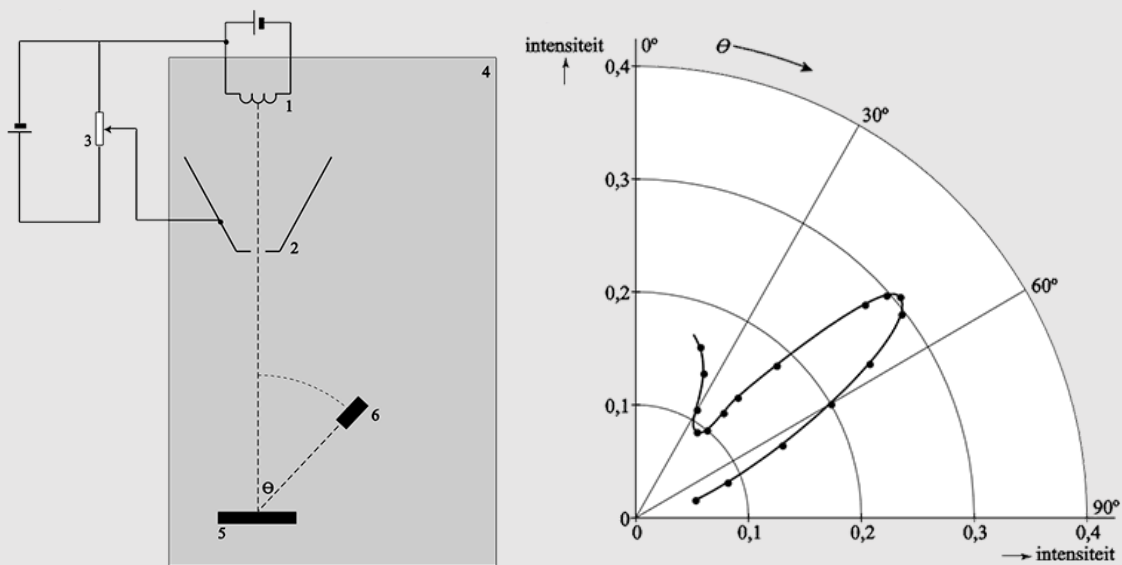
- In de onderstaande afbeelding is schematisch een waterstofjodide-atoom afgebeeld. Het waterstofatoom trilt heen en weer. In de afbeelding zien we een klassieke kansverdeling, waaruit de kans kan worden afgelezen dat het waterstofatoom zich op een bepaalde plek bevindt.



- (2p) Leg uit waarom $P(u)$ een minimum heeft voor $u = 0$ en een maximum voor $u = \pm A$.
- (2p) Leg uit hoe de waarschijnlijkheidsverdeling $P(u)$ in breedte en hoogte verandert als de totale energie van de trilling groter wordt.

8. (2p) Laat zien dat een virus van 250 nm niet met zichtbaar licht waargenomen kan worden door een microscoop.
9. Met een elektronenmicroscoop kunnen kleinere voorwerpen zichtbaar worden gemaakt dan met een lichtmicroscoop.
- (1p) Leg uit waarom dit het geval is.
 - (5p) Elektronen worden met een snelheid van $2,3 \times 10^5$ m/s op een virus geschoten ter grootte van 150 nm. Ga met een berekening na of het mogelijk is om hiermee het virus te bekijken.
 - (1p) Bereken of het mogelijk is om met deze microscoop een watermolecuul ter grootte van 0,15 nm zichtbaar te maken.
10. In 1923 deed Louis de Broglie de veronderstelling dat deeltjes een golfkarakter vertonen en dus een golflengte bezitten. In 1927 toonden Clinton Davisson en Lester Germer experimenteel aan dat de veronderstelling van De Broglie juist was. Davisson en Germer gebruikten de opstelling die hieronder schematisch is weergegeven. Weergegeven is een elektronenbundel die versnelt wordt door een versnelspanning U. De bundel komt terecht op een nikkelplaatje. Elektronen die reflecteren tegen het plaatje kunnen worden opgevangen door een detector. Deze kan verdraaid worden rondom het nikkelplaatje. De afstand tussen (het midden van) het plaatje en de detector blijft daarbij gelijk.

De detector vangt de elektronen op die terugkomen met een hoek θ ten opzichte van de invallende bundel. Rechts staan de meetresultaten van dit experiment bij verschillende hoeken.

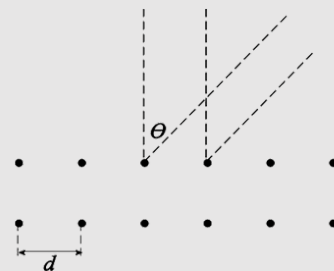


- (1p) Leg aan de hand de bovenstaande afbeelding uit dat elektronen zich hier gedragen als golven.
- (1p) Leg uit of dit patroon ook zichtbaar zou zijn als de elektronen één voor één werden afgeschoten.
- (4p) In de rechter afbeelding is schematisch de reflectie van de elektronengolf weergegeven. De punten geven de nikkelatomen weer. De afstand d is de afstand tussen de atomen.

De meetresultaten van Davisson en Germer kunnen worden beschreven met:

$$n\lambda = d \sin \theta$$

n is hier een heel getal. Leid deze formule af met behulp van de tekening.



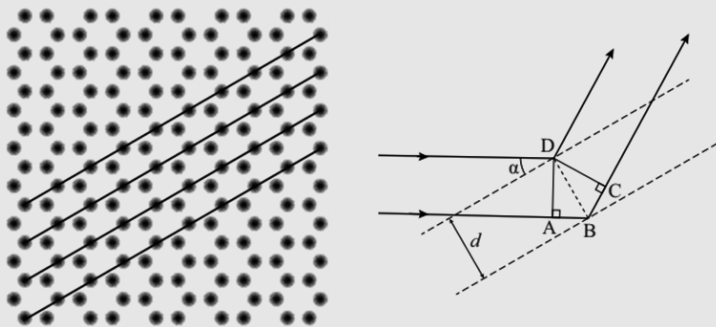
- d. (3p) Met de opstelling kan de de Broglie-golflengte van de elektronen berekend worden met de formule:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

Leid deze formule af met formules uit BINAS.

- e. (4p) Met de meetresultaten van Davisson en Germer is de afstand tussen de atomen te bepalen. Bepaal deze afstand. Ga hier uit van een versnelling van 54 V.
(bron: examen 2016 voorbeeldopgaven)

11. Een elektronenbundel wordt tussen twee condensatorplaten versneld en op een dun stukje grafiet geschoten. De meeste elektronen gaan door het stuk grafiet heen, maar veranderen wel iets van richting doordat ze reflecteren tegen de grafietatomen. Deze afgebogen elektronen komen uiteindelijk op een fosforscherf terecht, waar een interferentiepatroon zichtbaar wordt. De koolstofatomen in een stukje grafiet liggen in een patroon van regelmatige zeshoeken. Zoals je in de onderstaande afbeelding kan zien, liggen de atomen langs een aantal evenwijdige lijnen in het rooster. Deze lijnen gedragen zich als een tralie voor de inkomende elektronenbundel. In de rechter afbeelding zien we een reflectie van twee elektronenstralen plaatsvinden tegen twee van deze lijnen.

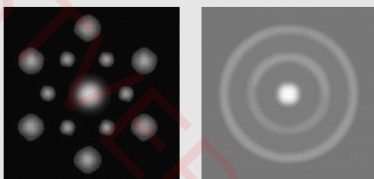
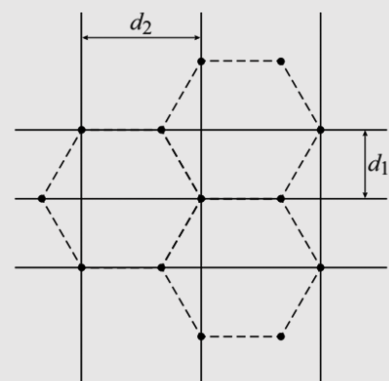


- a. (1p) Geef in de rechter afbeelding aan wat het weglengteverschil is tussen de twee elektronenbundels.

- b. (4p) Leid hiermee af dat:

$$2d \sin(\alpha) = n\lambda \quad \text{met } n = 1, 2, 3, \dots$$

- c. (2p) Hiernaast zien we de twee belangrijkste evenwijdige lijnen in het rooster en de bijbehorende afstanden d_1 en d_2 . Bij een interferentiepatroon aan een monokristallijne laag grafiet (dat wil zeggen een laag die uit één kristal grafiet bestaat) ontstaat het patroon op het fosforscherf dat linksonder is weergegeven. Als er in de diffractiebus geen monokristallijne laag grafiet zit maar een polykristallijne laag (dat wil zeggen dat er vele kristallen kriskras door elkaar zitten), ziet het interferentiepatroon eruit zoals rechts is weergegeven.



Leg uit of de buitenste ring komt van interferentie aan lijnen met afstand d_1 of met afstand d_2 .

- d. (3p) Bij het verlagen van de versnelspanning verdwijnt op een gegeven moment het interferentiepatroon. Leg uit hoe dit komt. Gebruik hiervoor o.a. de volgende formule voor de versnelspanning:

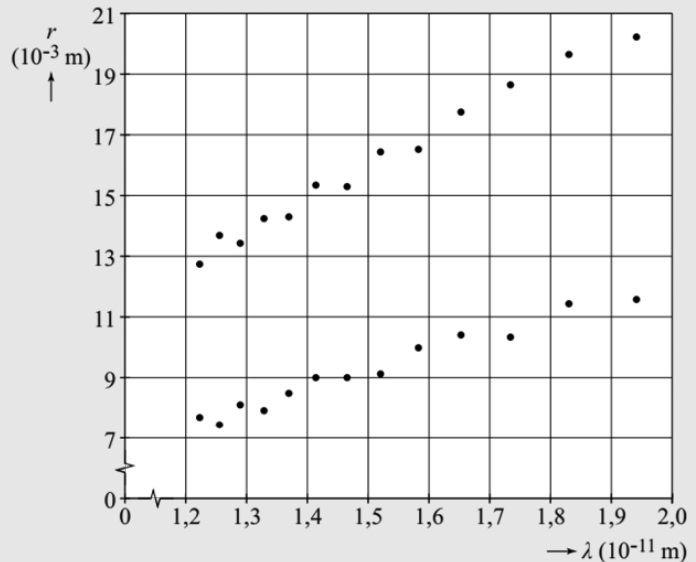
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

- e. (3p) Hiernaast zien we een diagram waarbij de straal van beide ringen is uitgezet tegen de de Broglie-golflengte van de elektronen.

Voor kleine afbuigingshoeken geldt bij benadering:

$$r = \frac{2R}{d}n\lambda$$

R is hier de straal van de diffractiebus (65 mm). Bepaal met behulp van het diagram zo nauwkeurig mogelijk de grootte van d voor de buitenste ring. (bron: examen VWO 2019-2)



§3 Deeltje in een doos

Om kwantumeffecten beter te begrijpen, bestuderen we in deze paragraaf het simpelste kwantumsysteem: het deeltje in een doos.

In deze paragraaf bestuderen we een deeltje dat alleen naar links en rechts kan bewegen in een één-dimensionale ruimte die aan beide zijden is afgesloten (zie de onderstaande afbeelding). We noemen systeem ook wel **het deeltje in een doos**. Omdat de wanden van dit systeem gezien worden als oneindig sterk, spreken we hier ook wel van de **oneindig diepe energieput**.



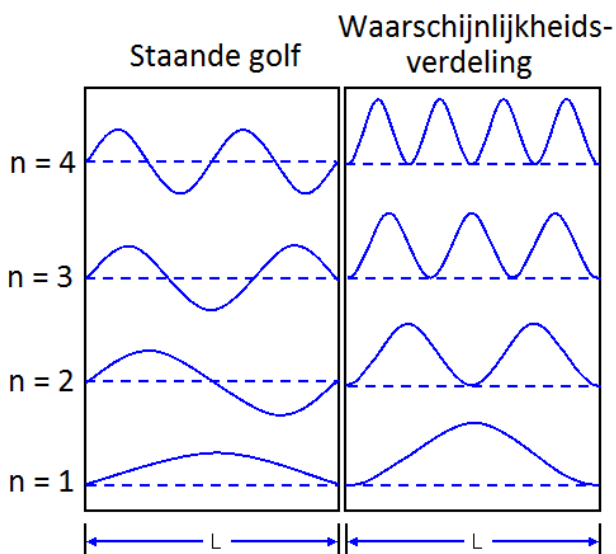
Als de doos groot is ten opzichte van de kansgolf van het deeltje, dan zal de kansgolf zich als een deeltje gedragen. De kansgolf zal dan heen en weer botsen in het doosje alsof het een deeltje is (zie de onderstaande afbeelding).



Als de doos echter klein is ten opzichte van de kansgolf, dan beginnen we golfverschijnselen te merken. Als de golf reflecteert tegen de wanden, dan begint deze namelijk met zichzelf te interfereren. Net als bij trillingen in een snaar ontstaat hierbij dan een **staande golf** met knopen en buiken. Net als bij een snaar geldt dan ook:

$$L = \frac{1}{2} \lambda n \quad (\text{twee vaste uiteinden})$$

In het geval van een deeltje in een doos noemen we $n = 1$ de **grondtoestand** en $n = 2, 3, \dots$ de **aangeslagen toestanden**. $n = 2$ noemen we de eerste aangeslagen toestand. $n = 3$ noemen we de tweede aangeslagen toestand. Etc. Hieronder zien we een aantal toestanden van een deeltje in het doosje. Uit metingen is gebleken dat het **kwadraat van de kansgolf** gelijk is aan de **waarschijnlijkheidsverdeling (P)** die we in de vorige paragraaf besproken hebben. Deze verdelingen zijn rechts in de onderstaande afbeelding weergegeven. Merk op dat door het kwadraat de kansverdeling overal positief is geworden. Dit is maar goed ook, want negatieve kansen bestaan niet.



Als we de formule $L = \frac{1}{2} \lambda n$ combineren met $\lambda = h/p$, dan vinden we:

$$p = nh/2L$$

Als we deze formule combineren met $E_{\text{kin}} = p^2/(2m)$, dan vinden we:

$$E_{\text{kin},n} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

Kinetische energie (E_n)	joule (J)
Energieniveaus (n)	-
De constante van Planck (h)	$6,62606957 \times 10^{-34}$ Js
Massa van het deeltje (m)	kilogram (kg)
Lengte van de doos (L)	meter (m)

Een aantal dingen kunnen we aan deze formule opmerken. Ten eerste zien we dat het elektron in het doosje niet zomaar elke kinetische energie (en dus niet elke snelheid) kan aannemen. Alleen de waarden die overeenkomen met de staande golven zijn mogelijk. We zeggen daarom dat de energie **gekwantiseerd** is. Merk ook op dat het niet mogelijk is dat het deeltje **geen** kinetische energie heeft. Zelfs in de grondtoestand $n = 1$, de laagste toestand, heeft het deeltje namelijk volgens de formule nog gewoon energie. We noemen dit de **nulpuntsenergie**. Een deeltje in een doos kan dus niet stilstaan!

Als de lengte L van de doos groot wordt, dan kan je aan de formule zien dat de energieniveaus erg dicht op elkaar komen te liggen. Op een gegeven moment komen deze niveaus zo dicht bij elkaar te liggen dat het lijkt alsof het deeltjes gewoon alle energieniveaus kunnen aannemen. Dit is waarom we in het dagelijks leven niks merken van de kwantisering.

Een deeltje in een doosje kan naar een hoger energieniveau springen door o.a. een foton te absorberen met een energie die precies overeenkomt met het **verschil** tussen het huidige energieniveau en een hoger niveau. Er geldt dus:

$$E_{foton} = \Delta E_n$$

Fotonenergie (E_f)	joule (J)
Energieverschil tussen twee schillen (ΔE)	joule (J)

Dezelfde formule geldt als een elektron terugvalt naar een lager niveau. In dat geval komt er juist een foton vrij. Stel dat een elektron in een doosje met een lengte van 2,0 nm terugvalt van de eerste aangeslagen toestand naar de grondtoestand. Er geldt dan:

$$E_{foton} = \Delta E_n = E_2 - E_1$$

$$E_{foton} = \frac{2^2 h^2}{8mL^2} - \frac{1^2 h^2}{8mL^2}$$

$$E_{foton} = \frac{3h^2}{8mL^2}$$

$$E_{foton} = \frac{3 \times (6,6 \times 10^{-34})^2}{8 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (2,0 \times 10^{-9})^2} = 4,5 \times 10^{-20} \text{ J} = 0,28 \text{ eV}$$



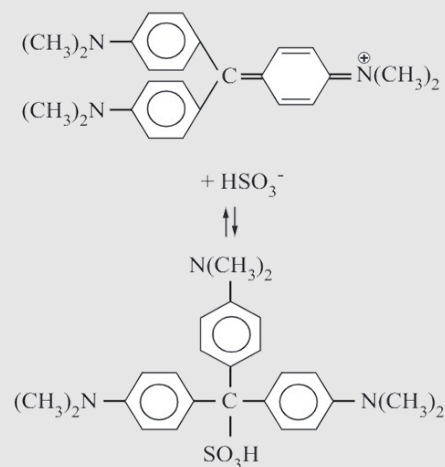
Leerdoelen:

- Zorg dat je weet dat een deeltje in een doosje, ook wel een deeltje in een oneindig diepe energieput genoemd, staande golven vormt. $n = 1$ komt overeen met de grondtoestand en $n = 2, 3, \dots$ met de aangeslagen toestanden. Bij $n = 2$ hoort de eerste aangeslagen toestand.
- Zorg dat je weet dat het kwadraat van de golf functie geïnterpreteerd kan worden als de waarschijnlijkheidsverdeling van waar je het deeltje kan aantreffen.
- De kinetische energie van een deeltje in een doos met energieniveau n wordt gegeven door $E_{kin,n} = n^2 h^2 / (8mL^2)$. Zorg dat je met deze formule kan beargumenteren dat energie gekwantiseerd is en dat deeltjes in een doos in hun grondtoestand nulpuntsenergie hebben (en dus niet stil staan).
- Zorg dat je weet dat een deeltje naar een hoger energieniveau getild kan worden door een foton te absorberen met precies de energie gelijk aan het verschil tussen de energieniveaus ($E_f = \Delta E_n$).
- Zorg dat je weet dat bij terugval naar een lagere toestand, het deeltje het foton weer uitzendt. Het deeltje kan ook in meerdere stappen terugvallen, waarbij meerdere fotonen worden uitgezonden.

Opdrachten

1. (2p) Leg uit dat een elektron niet stil kan staan in een doosje.
2. (5p) Een elektron bevindt zich in een afgesloten ruimte van 200 nm in zijn eerste aangeslagen toestand. Bereken de snelheid van dit elektron.
3. (4p) Een elektron bevindt zich in een afgesloten ruimte van 200 nm en beweegt met een snelheid van $9,1 \times 10^3$ m/s heen en weer. Bereken in welke toestand het deeltje zich bevindt.

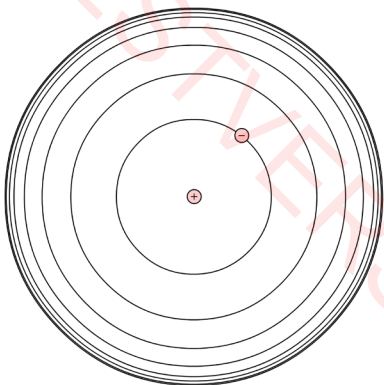
4. (1p) Leg uit waarom geldt dat $E_f = \Delta E_n$.
5. (6p) Een foton brengt een proton in een doosje van 300 nm lang van de tweede naar de vierde aangeslagen toestand. Bereken de frequentie van het foton dat hiervoor nodig is.
6. (2p) Leg met behulp van een formule uit waarom we er in het dagelijks leven weinig van merken dat elektronen in afgesloten ruimtes slechts bepaalde snelheden kunnen aannemen.
7. (2p) Ga naar de website met behulp van de onderstaande QR-code en beantwoord de vragen met behulp van de animatie.
8. Met een inktwisser kun je lichtblauwe vulpeninkt onzichtbaar maken door middel van een chemische reactie. Laten we eerst de inktmoleculen bestuderen. In elk inktmolecuul kan één elektron vrij heen en weer bewegen. Het molecuul kan daarom opgevat worden als een energieput met lengte L . De overgang van de grondtoestand van dit elektron naar de eerste aangeslagen toestand komt overeen met de energie van een foton uit het geel-groene deel van het spectrum met een golflengte van 550 nm.
 - a. (4p) Bereken de lengte van de inktmolecuul.
 - b. (1p) De inktwisser zorgt voor de reactie die hiernaast is weergegeven. In het molecuul dat ontstaat, kunnen de elektronen niet meer langs het centrale koolstofatoom bewegen. Hierdoor is de lengte van de energieput gehalveerd. Het energieverschil tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand wordt daardoor 4 keer zo groot. Leg dit uit.
 - c. (3p) Het nieuwe molecuul is kleurloos. Leg dit uit met behulp van een berekening en BINAS.
(bron: examen VWO 2016-pilot)



§4 Het atoommodel

Met de kwantumfysica kunnen we ook het waterstofatoom en zelfs het gehele periodiek systeem beschrijven. In deze paragraaf gaan we zien hoe dit werkt.

De kwantummechanische beschrijving van het waterstofatoom wordt ook wel het **atoommodel van Bohr** genoemd. Net als in het geval van het deeltje in een doos, kan ook het elektron in een waterstofatoom gezien worden als een staande golf. Ook het elektron in waterstof kan zich in de grondtoestand of één van de aangeslagen toestanden bevinden. In elke toestand bevindt het elektron zich in een andere **schil** om de kern (zie de onderstaande afbeelding).



In elke schil heeft het elektron een specifieke energie. Deze energie bestaat uit een combinatie van kinetische en elektrische energie. In een opdracht onder aan deze paragraaf zullen we bewijzen dat de energieniveaus die bij deze toestanden horen gegeven worden door:

$$E_n(\text{eV}) = \frac{-13,6}{n^2} \quad (\text{waterstofatoom, energie in eV})$$

Energie (E_n)	electronvolt (eV)
Energieniveau (n)	-

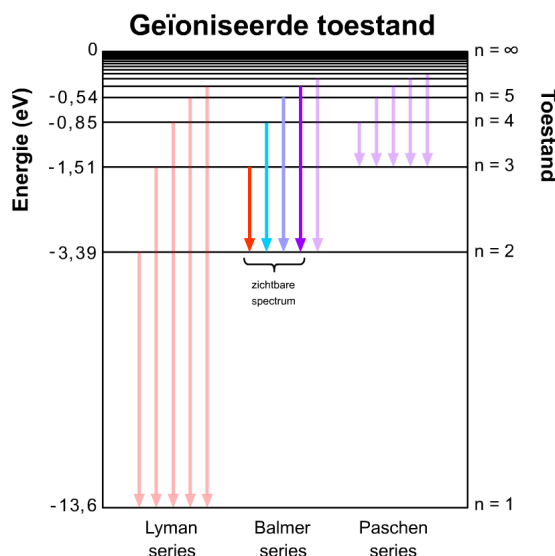
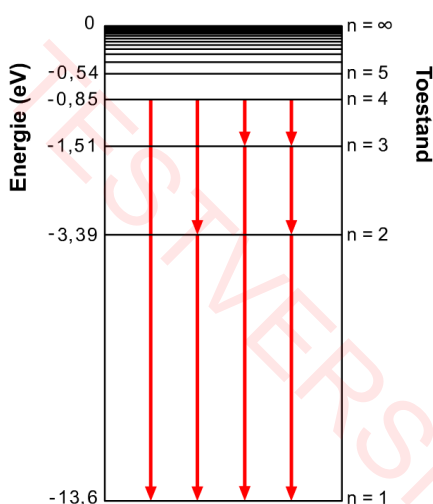
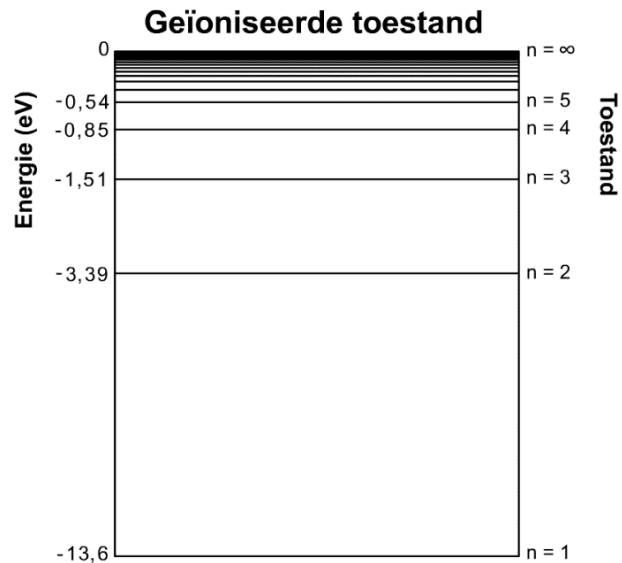
Merk op dat de energie in deze formule in **elektronvolt** is gegeven. De energieniveaus uit de formule zijn hiernaast ook schematisch weergegeven. Deze afbeelding is ook te vinden in BINAS.

Zowel in de formule als in het diagram zien we dat het elektron in zijn grondtoestand ($n = 1$) een energie heeft van **-13,6 eV**. Het elektron ontsnapt dus als het een foton absorbeert van boven de 13,6 eV. In dat geval zeggen we dat het waterstof atoom geïoniseerd is. De ionisatie- of uittree-energie van waterstof is dus gelijk aan 13,6 eV.

Net als bij het deeltje in het doosje, kan een elektron in waterstof verspringen naar een hoger energieniveau door een foton op te nemen en kan het elektron verspringen naar een lager niveau door dit foton weer uit te zenden. Bij een overgang van $n = 3$ naar $n = 2$, komt bijvoorbeeld een foton vrij met de volgende energie:

$$E_f = \Delta E = \frac{-13,6}{3^2} - \frac{-13,6}{2^2} = 1,9 \text{ eV}$$

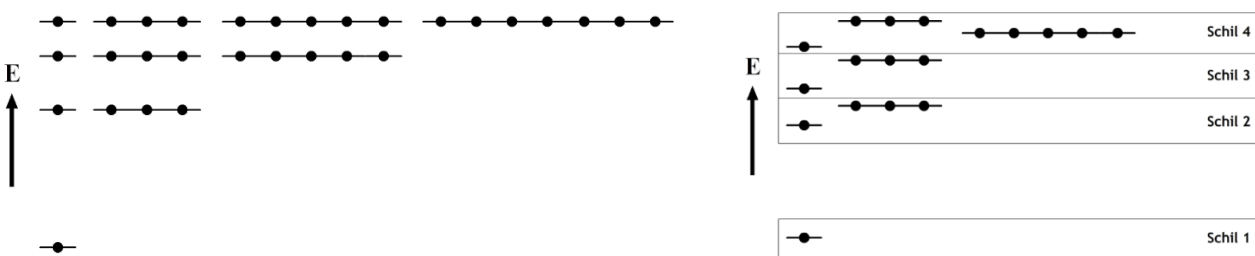
Op den duur valt een aangeslagen elektron helemaal terug naar zijn grondtoestand. Soms gebeurt dit in één stap en soms in meerdere stappen. Linksonder zien we bijvoorbeeld de verschillende manieren waarop een elektron in een waterstofatoom van de derde aangeslagen toestand ($n = 4$) kan terugvallen naar de grondtoestand ($n = 1$). De fotonen die vrijkomen als elektronen van een willekeurige aangeslagen toestand naar de eerste aangeslagen toestand ($n = 2$) vallen, behoren tot de zogenaamde **Balmerserie** (zie de onderstaande rechter afbeelding).



De eerste vier fotonen uit de balmerserie vallen in het zichtbare spectrum. Deze golflengten komen precies overeen met de spectraallijnen van waterstof die we in het hoofdstuk "Astrofysica" hebben gezien. Niels Bohr was hiermee de eerste die de spectraallijnen kon verklaren.



Een nauwkeurigere beschrijving van het waterstofatoom vinden we met behulp van de zogenaamde **schrödinger-vergelijking**. Deze vergelijking bespreken we in de extra stof op de website. Als je deze vergelijking oplost voor het elektron in een waterstofatoom, dan blijkt dat het elektron zich in de eerste schil slechts in één **toestand** kan bevinden, in de tweede schil zijn dit er 4, in de derde schil 8, de vierde schil 16, etc. (in de onderstaande linker afbeelding zijn de verschillende toestanden per energieniveau met punten aangegeven). Als we de schrödinger-vergelijking voor complexere atoomsoorten oplossen, dan wordt dit plaatje iets ingewikkelder. Dit komt omdat deze atomen meerdere elektronen hebben die ook elkaar kunnen afstoten. In dat geval vinden we de energieniveaus in de rechter afbeelding:

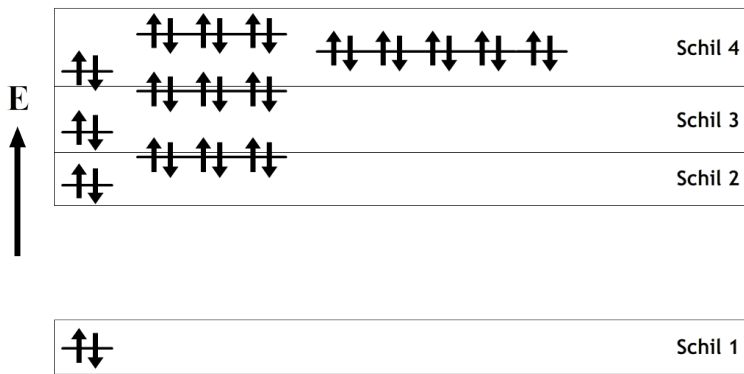


De schillen bevatten nu 1 toestand, 4 toestanden, weer 4 toestanden, 9 toestanden, etc. De wetenschapper **Wolfgang Pauli** merkte op dat dit rijtje getallen maal twee overeenkomt met het aantal elementen per regel in het **periodiek systeem**, namelijk 2, 8, 8, 18, etc. (zie de onderstaande afbeelding).

H 1																		He 2								
Li 3		Be 4																		B 5		C 6	N 7	O 8	F 9	Ne 10
Na 11		Mg 12																		Al 13	Si 14	P 15	S 16	Cl 17	Ar 18	
K 19	Ca 20	Sc 21	Ti 22	V 23	Cr 24	Mn 25	Fe 26	Co 27	Ni 28	Cu 29	Zn 30	Ga 31	Ge 32	As 33	Se 34	Br 35	Kr 36									
Rb 37	Sr 38	Y 39	Zr 40	Nb 41	Mo 42	Tc 43	Ru 44	Rh 45	Pd 46	Ag 47	Cd 48	In 49	Sn 50	Sb 51	Te 52	I 53	Xe 54									
Cs 55	Ba 56	La 57	Hf 72	Ta 73	W 74	Re 75	Os 76	Ir 77	Pt 78	Au 79	Hg 80	Tl 81	Pb 82	Bi 83	Po 84	At 85	Rn 86									
Fr 87	Ra 88	Ac 89	Rf 104	Db 105	Sg 106	Bh 107	Hs 108	Mt 109	Ds 110	Rg 111	Cn 112	Nh 113	Fl 114	Mc 115	Lv 116	Ts 117	Og 118									

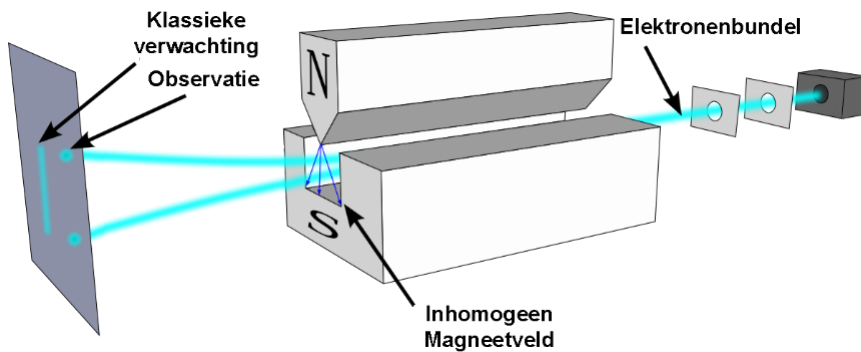
Ce 58	Pr 59	Nd 60	Pm 61	Sm 62	Eu 63	Gd 64	Tb 65	Dy 66	Ho 67	Er 68	Tm 69	Yb 70	Lu 71
Th 90	Pa 91	U 92	Np 93	Pu 94	Am 95	Cm 96	Bk 97	Cf 98	Es 99	Fm 100	Md 101	No 102	Lr 103

Met behulp van dit inzicht zag Pauli de mogelijkheid om het hele periodiek systeem te verklaren met de kwantummechanica. Hij moest hiervoor de schrödinger-vergelijking wel op twee manieren repareren. Ten eerste bedacht hij nog een extra toestand genaamd **spin**. Een elektron kan op elke positie in het energiediagram zowel **spin-up** (↑) als **spin-down** (↓) hebben. Grofweg kan je de spin opvatten als de **draairichting** van het elektron. Met de spin erbij **verdubbelt** het **aantal toestanden** en komen de schillen netjes overeen met de rijen in het periodiek systeem.



Om dit te laten werken moest Pauli ook aannemen dat **elke toestand** in een atoom slechts **één elektron** tegelijk kon bevatten. We noemen dit tegenwoordig het **uitsluitingsprincipe van Pauli**. Alleen zo kon hij verklaren dat er bijvoorbeeld slechts twee elektronen in de eerste schil passen. Als er een spin-up en een spin-down elektron in de eerste schil zit, dan zit de schil "**vol**".

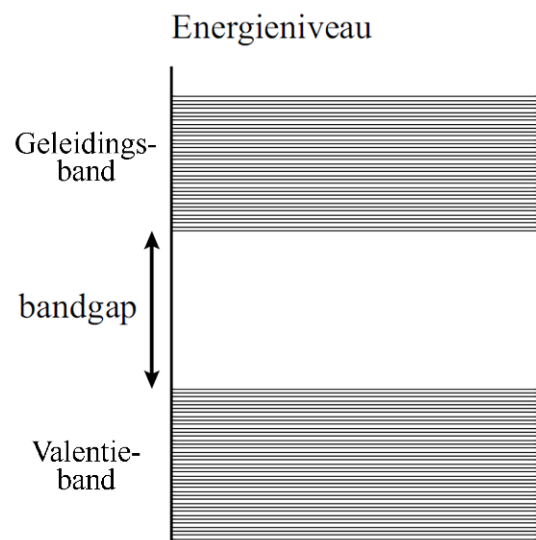
Pauli had geen idee of deze twee spintoestanden daadwerkelijk bestaan, maar niet veel later werd spin daadwerkelijk ontdekt. Dit werd gedaan door **Stern** en **Gerlach**, die een bundel elektronen door een **inhomogeen magnetveld** stuurden. In het magnetveld gedragen de elektronen met spin zich als kleine magneetjes die door het externe veld worden afgebogen. Er werd verwacht dat elektronen aangetroffen zouden worden met alle draairichtingen, maar dit bleek niet het geval. Elektronen hadden alleen spin-up of spin-down, precies zoals Pauli voorspeld had (zie de onderstaande afbeelding).



(Bron: Tatoute; CC BY-SA 4.0)

Later werd ook onderzoek gedaan naar de energietoestanden van **halfgeleiders**. In deze stoffen kunnen de elektronen zich in twee **banden** bevinden. Deze banden bestaan uit zoveel toestanden dat het lijkt alsof de elektronen hier alle waarden kunnen aannemen (zie de rechter afbeelding). Soms zit er tussen deze twee banden een "lege ruimte" waar zich geen toestanden bevinden. We noemen dit de **bandgap**.

Van deze bandgap wordt goed gebruik gemaakt in bijvoorbeeld **zonnecellen**. In zijn grondtoestand zitten alle elektronen in het materiaal in de onderste band (ook wel de **valentieband** genoemd). Als een foton van de zon met genoeg energie op het materiaal valt, dan kan het een elektron naar de bovenste band (de **geleidingsband**) tillen. Halfgeleiders zijn isolatoren als alle elektronen in de onderste band zitten, maar beginnen te geleiden als er elektronen in de bovenste band zitten. Als gevolg kan er een stroom gaan lopen.

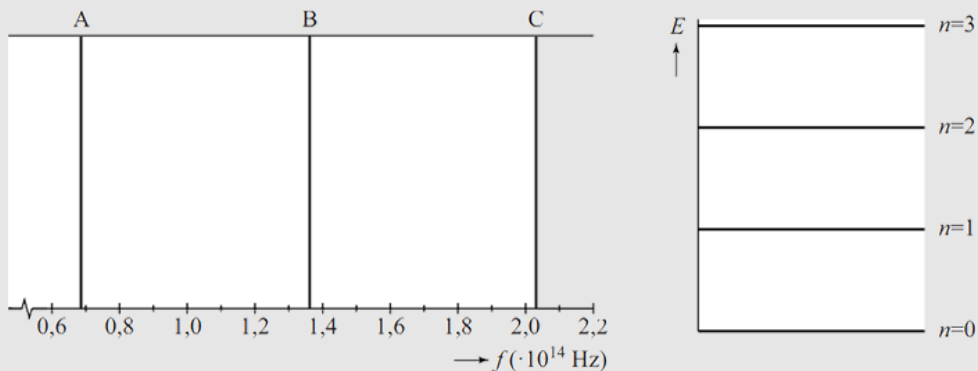


Leerdoelen:

- Zorg dat je begrijpt dat in het atoommodel van Bohr het elektron in waterstof een energie heeft, gegeven door $E_n = -13,6/n^2$. De energie wordt in deze formule altijd gegeven in eV.
- Zorg dat je met BINAS de overgangen behorende bij de Lyman, de Balmer en de Paschen series kan terugvinden.
- Bij het Stern-Gerlach experiment worden elektronen door een inhomogeen magneetveld gestuurd. De bundel elektronen splitst dan op in twee bundels die overeenkomen met spin-up (\uparrow) en spin-down (\downarrow).
- Zorg dat je weet dat twee elektronen in een atoom zich niet in dezelfde toestand kunnen bevinden. In de eerste schil kunnen elektronen daarom niet allebei spin-up of spin-down hebben. Dit wordt het uitsluitingsprincipe van Pauli genoemd.
- In halfgeleiders kunnen elektronen zich in twee banden bevinden, de valentieband en de geleidingsband. Tussen deze banden zit de bandgap. Als een elektron van de ene naar de andere band wil springen dan moet het minimaal een energie hebben groter dan de bandgap.
- In een zonnecel worden elektronen met fotonen van de valentieband naar de geleidingsband getild. Met elektronen in de geleidingsband gedragen halfgeleiders zich als geleiders. Hierdoor gaat er een stroom gaan lopen. Hetzelfde gebeurt bij een LDR als er licht op valt. Als er elektronen in de geleidsband komen, dan neemt hierdoor de weerstand af.

Opdrachten

1. (3p) Een elektron in een waterstofatoom valt terug van de vierde naar de tweede aangeslagen toestand. Bereken of het foton dat hierbij vrijkomt in het zichtbare deel van het spectrum zit.
2. Het trillen van het waterstofatoom in waterstofjodide kan alleen correct beschreven worden met de kwantummechanica. Het waterstofatoom kan zich in dit molecuul slechts in een paar toestanden bevinden. Hieronder is links het lijnspectrum te zien van dit molecuul en rechts een afbeelding met daarin de bijbehorende energieniveaus.



- a. (3p) Teken in het rechter diagram welke overgangen horen bij welk van de spectraallijnen. Licht je antwoord toe.
 - b. (3p) Bepaal de energie van het foton dat vrijkomt als het waterstofatoom van de eerste aangeslagen toestand terugvalt naar de grondtoestand. Druk je antwoord uit in eV. (bron: examen VWO 2016-1)
3. In deze opdracht gaan we de formule voor de energie van het elektron in het waterstofatoom afleiden.
 - a. (3p) Voor het elektron in zijn baan om het proton in het waterstofatoom geldt:

$$\frac{fe^2}{r} = mv^2$$

Leid deze formule af met formules uit BINAS.

- b. (3p) Niels Bohr stelde het elektron in waterstof voor als een staande golf die rond het proton draait (zie de rechter afbeelding).

Hij leidde hiermee af dat de snelheid van het elektron in de n^{de} schil gelijk is aan:

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr}$$

Er geldt hier dat \hbar gelijk is aan $h/(2\pi)$. Leid deze formule af.

- c. (2p) Laat nu zien dat:

$$r_n = n^2 r_1$$

met:

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{fme^2}$$

- d. (2p) We gaan nu naar de energie van het elektron in het waterstofatoom kijken. Er geldt:

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{elek}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{fe^2}{r}$$

Laat hiermee zien dat:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{fe^2}{2r_1} \right)$$

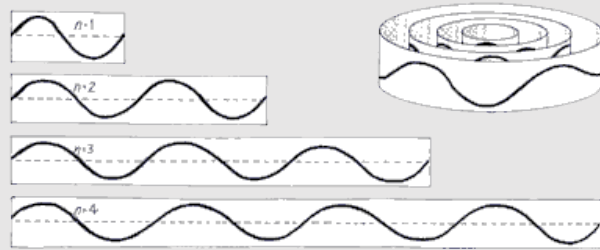
- e. (4p) Reken de constante tussen haakjes uit en laat hiermee zien dat deze formule geschreven kan worden als:

$$E_n = -\frac{13,60 \text{ eV}}{n^2}$$

4. In een heliumatoom zitten twee elektronen in de eerste. Leg uit waarom deze elektronen tegengestelde spin moeten hebben.
5. In een heliumatoom zit één elektron met spin-up in de eerste schil en één elektron met spin-up in de tweede schil. Leg uit waarom dit elektron niet kan terugvallen zonder interactie met andere atomen.
6. In een zonnecel zit de halfgeleider silicium. Silicium heeft een bandgap van 1,10 eV.
- (3p) Bereken welke golflengte de fotonen van de zon maximaal kunnen hebben om een elektron in de geleidingsband te tillen.
 - (2p) Als de fotonen een grotere energie hebben dan nodig is om de bandgap te overbruggen, dan wordt het overschot aan energie omgezet in warmte. Deze warmte gaat verloren en als gevolg daalt het rendement van de zonnecel. Om het rendement te verhogen, worden dunne laagjes van andere halfgeleiders op het silicium aangebracht. Deze laagjes zijn zo dun dat fotonen erdoorheen kunnen schijnen. Hieronder staan de halfgeleiders die een bedrijf ter beschikking heeft. Bedenk welke drie halfgeleiders je het beste op het silicium kan aanbrengen en in welke volgorde.

Materiaal	Bandgap in eV
CdTe	1,58
Ge	0,72
InSb	0,23
PbSe	0,27
Si	1,10
ZnS	3,60
ZnSe	2,70

(Bron: examen VWO 2021-1)



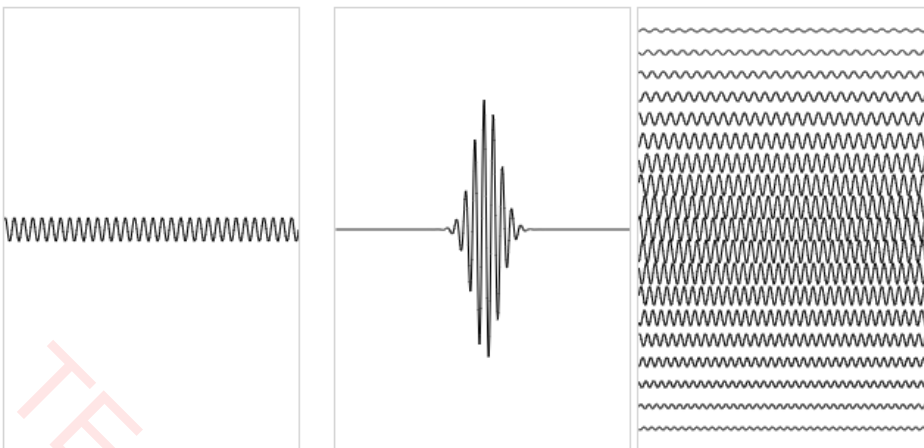
7. Ook in zonnebrandcrème wordt slim gebruik gemaakt van stoffen met een bandgap.
- (2p) Leg uit dat het voor een zonnebrandcrème veel handiger is om een stof met twee banden te nemen dan een stof met enkel een paar discrete energieniveaus.
 - (5p) De zonnebrandcrème moet de eigenschap hebben dat het UV-straling absorbeert (dit loopt door tot een golflengte van ongeveer 330 nm) en dat het zichtbaar licht niet absorbeert (dit start bij ongeveer 380 nm). Kies uit de volgende tabel welke stof hiervoor geschikt is:

Materiaal	Bandgap in eV
Ga ₂ O ₃	4,4
TiO ₂	3,3
Ag ₂ O	1,5

§5 Onzekerheid

In eerdere paragrafen hebben we gezien dat deeltjes zowel golf- als deeltjeseigenschappen hebben. In deze paragraaf gaan we dit beter begrijpen met behulp van de onzekerheidsrelatie van Heisenberg.

Met de animatie op de website (zie de QR-code) kunnen we golf- en deeltjesverschijnselen beter begrijpen. Hieronder staan een paar screenshots van deze animatie. Links zien we een kwantumgolf met een **nauwkeurig te bepalen golflengte**, maar de **positie** van de golf is **onzeker**. Het deeltje kan zich overal in de ruimte bevinden. In de middelste afbeelding zien we golf waarvan de **positie veel beter te bepalen is**, maar waar nu juist de **golflengte** onzeker is. Een dergelijke golf is namelijk te maken door een heel aantal sinussen met verschillende golflengtes bij elkaar op te tellen. In de rechter afbeelding zijn de sinussen zichtbaar die hiervoor gebruikt zijn. We hebben hier dus niet te maken met één golflengte, maar met een hele serie.



Elk deeltje kan door zijn golfeigenschappen dus óf een redelijk te bepalen positie hebben óf een redelijk te bepalen golflengte, maar niet allebei. Omdat de golflengte gerelateerd is aan de impuls via de formule $\lambda = h/p$, kunnen we ook zeggen dat niet zowel de **positie** als de **impuls** tegelijk nauwkeurig kenbaar kunnen zijn. Dit idee wordt de **onzekerheidsrelatie** of ook wel de **onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg** genoemd. Meestal wordt dit principe samengevat met behulp van een formule. We gaan deze formule bespreken, maar het is niet nodig hiermee te kunnen rekenen.

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

De “delta’s” in deze formule staan voor de **onzekerheid**. Zoals je in de formule kan zien kan de onzekerheid van de positie en de onzekerheid van de impuls niet nul zijn. Tevens geldt dat als Δx erg klein wordt, dat dan Δp wat groter

moet worden en andersom, om zo toch nog aan de vergelijking te kunnen voldoen. Omdat $p = mv$, betekent een onzekerheid in de impuls ook een onzekerheid in de **snelheid**. Ook de snelheid van een deeltje kan dus niet geheel kenbaar zijn. Met $p = h/\lambda$ vinden we dat de onzekerheid in de impuls ook een onzekerheid in de **golflengte** betekent (hoewel λ hier onder de deelstreep staat, betekent een grotere onzekere impuls natuurlijk niet een zekere λ . Een onzekere impuls levert natuurlijk ook een **onzekere λ**).

Belangrijk is te realiseren dat deze onzekerheid niet ontstaat omdat onze meetinstrumenten niet goed genoeg zijn, maar omdat deeltjes en golven tegenstrijdige kenmerken hebben die niet tegelijk kunnen bestaan. In het dagelijks leven merken we echter weinig van deze onzekerheid, omdat h erg klein is.

De onzekerheidsrelatie speelt o.a. een grote rol bij elektronen in atomen. Door de kleine massa van een elektron, is de onzekerheid in de impuls vrij klein en als gevolg is de onzekerheid in de positie relatief groot. Als gevolg is de kansgolf van het elektron vaak in dezelfde orde van grootte als het hele atoom. Als we over elektronen in atomen spreken, spreken we daarom vaak van een **elektronenwolk**. De atoomkern heeft relatief gezien een veel grotere massa en dus ook een grotere onzekerheid in de impuls. Als gevolg kan de onzekerheid in de positie veel kleiner zijn. De atoomkern heeft dus een veel duidelijker gespecificeerde positie.

We kunnen met de onzekerheidsrelatie ook begrijpen waarom elektronen nooit in de atoomkern vallen, terwijl ze wel elektrisch aangetrokken worden tot de kern. Als het elektron namelijk in de kern zou vallen, dan zou het een veel beter gedefinieerde positie hebben en dus een slecht gedefinieerde snelheid. Met zoveel variatie aan snelheid verspreidt het elektron zich weer direct tot een wolk.

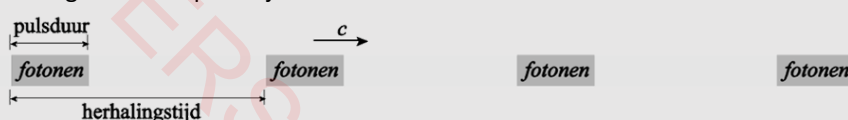


Leerdoelen:

- Zorg dat je begrijpt dat een golf geen eenduidige positie heeft en een deeltje geen eenduidige golflengte. Dankzij golf-deeltje-dualiteit is zowel de positie als de golflengte niet met zekerheid te kennen. Weet je de één erg nauwkeurig, dan weet je de ander noodzakelijk minder nauwkeuriger.
- Zorg dat je begrijpt dat door $\lambda = h/p$ ook de afstand en de impuls niet met zekerheid te kennen zijn. Dit wordt de onzekerheidsrelatie of ook wel de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg genoemd.
- Zorg dat je begrijpt dat door de kleine massa van elektronen in atomen de onzekerheid in de impuls klein is en als gevolg de onzekerheid in de positie groot is. De positie van een elektron in een atoom is dus niet goed bepaald. Als gevolg spreken we van een elektronenwolk.

Opdrachten

1. (2p) We spreken bij atomen vaak over een “elektronenwolk”. Leg dit uit met behulp van de onzekerheidsrelatie.
2. (2p) Leg uit waarom we bij een atoomkern meestal niet over een “wolk” spreken.
3. (3p) Leg aan de hand van de onzekerheidsrelatie uit dat een elektron zich niet in de atoomkern kan bevinden.
4. (2p) Leg aan de hand van de onzekerheidsrelatie uit dat een deeltje in een doosje niet stil kan staan.
5. (2p) Leg uit aan de hand van de onzekerheidsrelatie dat een grotere onzekerheid in de snelheid ook zorgt voor een grotere onzekerheid in de golflengte van een deeltje.
6. Een gepulste laser bestaat niet uit een continue stroom van fotonen, maar uit pakketjes van fotonen. Omdat elk foton zich in een pakketje bevindt, is de onbepaaldheid in de plaats waar hij zich bevindt gelijk aan de lengte van het pakketje.



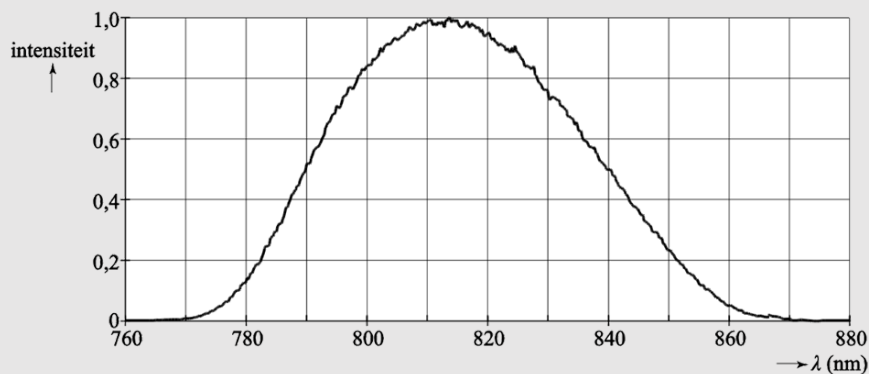
- a. (3p) Toon met behulp van de onzekerheidsrelatie aan dat de fotonen in een pakketje niet allemaal dezelfde golflengte kunnen hebben.

- b. (4p) In de praktijk is het nog niet mogelijk om de lengte van zo'n pakketje fotonen te meten. Wel kan de tijdsduur bepaald worden waarin het foton voorbij een bepaald punt komt. Om die reden gebruikt men in dit soort situaties vaak de zogenaamde tweede Heisenbergrelatie:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Leid deze relatie af met behulp van de onzekerheidsrelatie en formules uit BINAS.

- c. (6p) In de onderstaande grafiek zijn de golflengtes gegeven die in de laserstraal voorkomen bij een pulsduur van 20 femtoseconde. Ga na of de onbepaaldheid van de energie in deze meting overeenkomt met de tweede Heisenbergrelatie.



(bron: examen VWO voorbeeldopgaven)

7. (EXTRA) Eerder in dit hoofdstuk hebben we gezien dat een deeltje in een doosje in zijn grondtoestand een vaste kinetische energie heeft. Voor $n = 1$ geldt dat:

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$$

- a. (3p) In eerste instantie lijkt dit niet in overeenstemming met de onzekerheidsrelatie. Leg uit waarom dit zo lijkt.
- b. (5p) In werkelijkheid moet de onzekerheidsrelatie natuurlijk gelden. De onzekerheid in dit systeem zit verstopt in het feit dat het elektron in het deeltje zowel naar links als naar rechts kan bewegen. Toon aan dat zo toch aan de onzekerheidsrelatie voldaan wordt. Laat hiervoor eerst zien dat:

$$p = \pm \frac{h}{2L}$$

En daarna dat:

$$\Delta x \Delta p = h$$

§6 Tunneling

Deeltjes in de kwantumfysica hebben nog een andere merkwaardige eigenschap. Ze kunnen door barrières heen dringen, waar ze volgens de wet van behoud van energie nooit doorheen zouden moeten kunnen komen. Dit proces wordt tunneling genoemd.

Stel dat we in de klassieke natuurkunde een deeltje over een heuvel willen rollen met een bepaalde beginsnelheid. Volgens de mechanica van Newton zal de bal alleen over de heuvel gaan als de kinetische energie gelijk of groter is dan de zwaarte-energie die de bal op de top zal hebben (we verwaarlozen de wrijvingskrachten). Als de kinetische energie niet voldoende is, dan zal de bal weer terugrollen. Deze situatie is linksonder geschetst. In de kwantumfysica bestaat er echter een kleine kans dat het deeltje toch door de barrière heen gaat. Dit is in de rechter afbeelding weergegeven. Dit effect wordt **tunneling** genoemd. Op macroscopisch niveau zien we tunneling eigenlijk zo goed als nooit gebeuren. Als de **grootte van de kansgolf** echter in de buurt begint te komen van de **grootte van de barrière**, dan begint dit effect merkbaar te worden. In die gevallen **neemt de kans op tunneling toe** als:

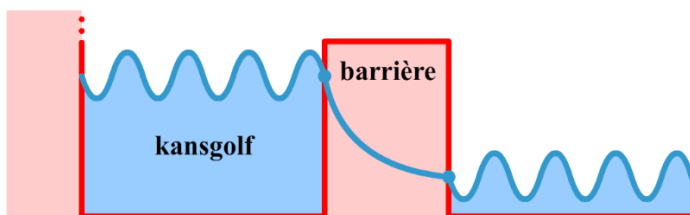
- de massa van het tunnelende deeltje kleiner wordt
- de barrière dunner wordt
- de energie van het deeltje groter wordt
- de energiebarrière kleiner wordt



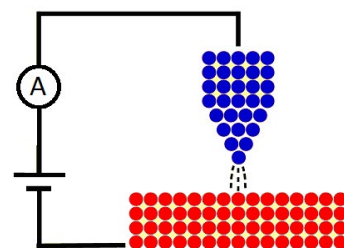
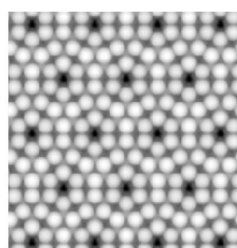
Het effect is te begrijpen met behulp van de onzekerheidsrelatie. Een onzekerheid in de snelheid zorgt voor een onzekerheid in de kinetische energie (want $E_{\text{kin}} = 1/2mv^2$) en deze onzekerheid zorgt ervoor dat tijdelijk even geen rekening gehouden hoeft te worden met behoud van energie—net lang genoeg om toch over de barrière te komen.

Hieronder zien we de **kansgolf** van een deeltje in een doosje. Aan de linkerkant komt het deeltje een muur van oneindig potentiële energie tegen. Hier kan het deeltje dus nooit doorheen. Rechts zien we een barrière met een eindige hoeveelheid energie. Hier kan het deeltje wel doorheen tunnelen. Als je de schrödingervergelijking oplost voor deze situatie, dan vinden we dat de kansgolf in de barrière **exponentieel afneemt** (zie de afbeelding). Aan de andere zijde van de barrière krijgt de kansgolf weer een sinusachtige vorm. Door de snelle afname in de barrière lekt maar een klein deel van de kansgolf weg. Hoe dikker de barrière is, hoe minder kansgolf er doorheen komt. Al deze effecten kan je zien in het programma dat te bereiken is met de onderstaande QR-code.

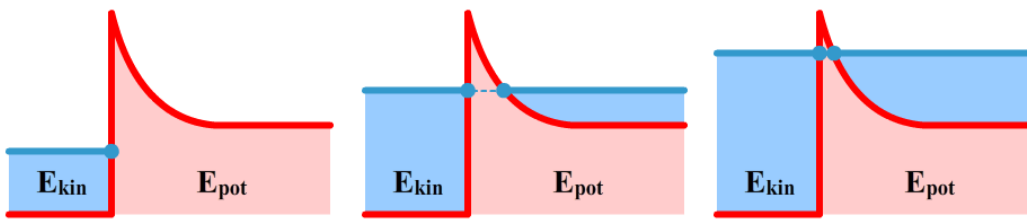
Als we nu het deeltje gaan zoeken, dan vinden we hem óf links óf rechts van de barrière. Zoals altijd hangt de kans dat je het deeltje ergens aantreft af van het oppervlak onder de kansverdeling. Stel dat we het deeltje rechts vinden, dan is het volledige deeltje, inclusief al zijn energie, aan de rechterkant van de barrière verschenen.



Een ander voorbeeld van een barrière is de elektrische barrière die een elektron ervaart in een atoom door de aantrekkingskracht van de protonen in de kern. Als we een elektron willen laten ontsnappen, dan moet de kinetische energie van dit elektron normaalgesproken groter of gelijk zijn aan de elektrische energie. In de kwantummechanica heeft het elektron echter ook een kleine kans om uit het atoom te tunnelen als er niet voldoende energie is. Hier wordt o.a. gebruik van gemaakt bij de **scanning tunneling microscoop (STM)**. De microscoop bestaat uit een dunne naald die over een aantal atomen beweegt. Hoe dichterbij een atoom de naald komt, hoe kleiner de barrière tussen het elektron en de naald en hoe groter de kans is dat het elektron naar de naald tunnelt. Deze tunnelende elektronen zorgen voor een meetbaar stroompje. Hoe groter deze stroom is, hoe dichterbij het atoom zich bij de naald bevindt. Door de naald over de atomen te trekken, kan een beeld worden gemaakt van de atomen.



Een ander voorbeeld van tunneling is alfastraling. Bij dit proces tunnelt een heliumkern (twee protonen en twee neutronen) uit een atoomkern. De deeltjes in de kern worden normaalgesproken goed bij elkaar gehouden door de zogenaamde **kernkracht**. In de kwantummechanica hebben deze deeltjes echter een kans door deze kernkrachtbarrière heen te tunnelen. Hieronder zien we de bijbehorende energiediagrammen van dit proces. In de linker afbeelding heeft het deeltje niet genoeg energie om door de barrière heen te kunnen. In het middelste voorbeeld wel. In het rechter voorbeeld gaat het tunnelen nog een stuk gemakkelijker. Niet alleen heeft het deeltje hier meer energie, maar ook de barrière is hier dunner.



Ook bij kernfusie speelt tunneling een grote rol. In het binnenste van de zon worden waterstofatomen gefuseerd tot heliumatomen. De protonen in beide waterstofatomen moeten hiervoor enorm dicht bij elkaar gedrukt worden. Hier is veel kracht voor nodig, omdat protonen elkaar elektrisch afstoten. Volgens de newtoniaanse mechanica zou zelfs in het centrum van de zon de kracht niet groot genoeg zijn om dit voor elkaar te krijgen. Toch kan fusie plaatsvinden, omdat de protonen af en toe wel door tunneling samenkomen. Bij deze fusie komt het zonlicht vrij dat wij dagelijks waarnemen. Zonder tunneling zou de zon dus geen licht geven!



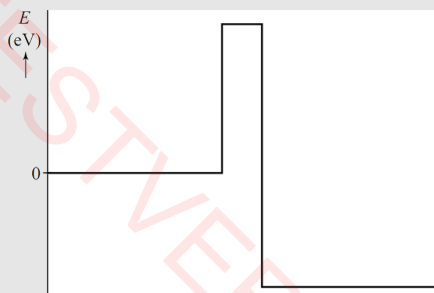
INSTRUCTIEVIDEO
TUNNELING

Leerdoelen:

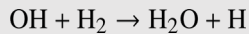
- Zorg dat je weet dat een deeltje in de kwantummechanica gedurende een korte tijd behoud van energie kan negeren en door een klassiek te hoge energiebarrière kan tunnelen.
- Zorg dat je weet dat de tunnelkans aanzienlijk wordt als de grootte van de kansgolf gelijk of groter is dan de breedte van de barrière.
- Zorg dat je weet dat de kansgolf door een eindige barrière kan dringen, waarbij de hoogte van de golf exponentieel afneemt. Als gevolg geldt dat hoe dikker de barrière is, hoe kleiner de tunnelkans wordt.

Opdrachten

- (5p) Geef bij elk van de volgende veranderingen aan of het de tunnelkans vergroot, verkleint of gelijk houdt:
 - De massa van het tunnelende deeltje neemt toe.
 - De energiebarrière wordt dunner
 - De energie van het deeltje wordt groter.
 - De energiebarrière wordt groter.
 - De snelheid waarmee het deeltje tegen de barrière komt wordt groter.
- (1p) Het fuseren van waterstof in de zon tot helium zou niet plaatsvinden zonder tunneling. Leg uit waarom het fuseren van waterstof in de Newtoniaanse mechanica zelfs in de zon niet mogelijk is.
- (3p) Een elektron tunnelt van links naar rechts door de onderstaande barrière. Leg uit of de golflengte na het tunnelen groter of kleiner is geworden.

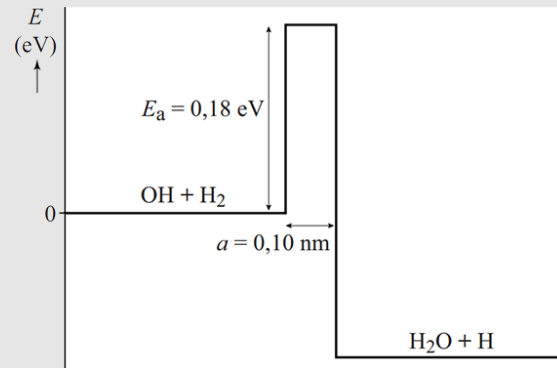


4. In deze opdracht bestuderen we de volgende reactie:



Zoals bij veel reacties moet bij deze reactie een activeringsenergie E_a toegevoegd worden voordat de reactie op gang komt. Dit is te zien in de rechter afbeelding.

Deze reactie kan al plaatsvinden bij een temperatuur van 10 K. Bij deze temperatuur kan de reactie echter alleen plaatsvinden door middel van tunnelling. Als het H_2 -deeltje en het OH-deeltje zich voldoende dicht bij elkaar bevinden, dan tunnelt een H-atoom van het H_2 -deeltje naar het OH-deeltje.

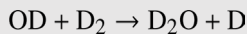


- (1p) Leg uit waarom het waterstofatoom niet net zo snel weer terugtunnelt.
- (4p) Tijdens deze reactie verhuist het H-atoom van het H_2 -deeltje een afstand van $1,0 \times 10^{-10}$ m. Voor deeltjes met een massa m geldt voor de de Broglie-golflengte:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$$

k_B is hier de constante van Boltzmann. Leg met behulp van deze formule uit of er onder deze omstandigheden een redelijke kans is op het tunneleffect.

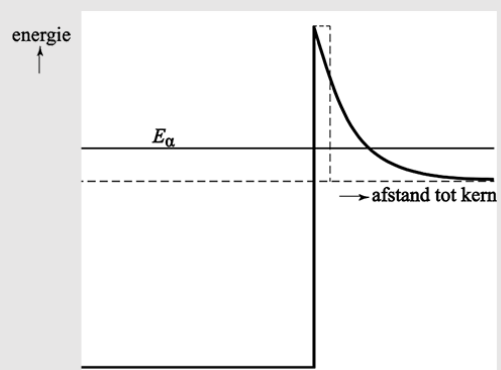
- (1p) De reactie kan ook worden uitgevoerd als alle waterstofkernen (^1_1H) vervangen worden door deuteriumkernen ($^2_1\text{H} = \text{D}$). Dit levert de volgende reactie:



In beide reacties zijn de hoogte en de breedte van de energiebarrière gelijk, maar toch is hier een andere kans op het tunneleffect. Leg uit of deze kans groter of kleiner is. (bron: examen VWO 2018-1)

5. Atoomkernen zwaarder dan lood-208 ondergaan alfaverval. Bij alfaverval breekt een heliumkern vrij van de atoomkern. In de onderstaande afbeelding zien we een vereenvoudigd model van de energiebarrière van de atoomkern.

Uit experimenteel onderzoek blijkt dat de tunnelkans exponentieel toeneemt als de kinetische energie van het alfadeeltje groter wordt.



- (2p) Geef twee redenen waardoor dit het geval is. Ga ervan uit dat beide deeltjes niet genoeg energie hebben om zonder tunneling de atoomkern te verlaten.
- Vergelijk Rn-218 en U-238 en ga hiermee na bij welke stof de alfadeeltjes in de kern meer kinetische energie hebben.
- (5p) Een alfadeeltje tunnelt uit een Polonium-212 kern. Bereken de de Broglie-golflengte van het alfadeeltje als het net ontsnapt is. Gebruik hiervoor BINAS tabel 25. (bron: examen 2016 voorbeeldopgaven)

6. Scanning tunneling microscopie (STM) is een techniek waarmee men op atomaire schaal een hoogtekaart van een metaaloppervlak kan maken. Men gebruikt een geleidende, scherpe naald waarvan de punt uit slechts enkele atomen bestaat. Tussen de naald en het metaaloppervlak legt men een kleine spanning aan. Als de naald dicht genoeg bij het oppervlak komt, worden er met het tunneleffect voldoende elektronen uit het metaal "gezogen" dat een meetbare stroomsterkte kan worden gemeten.
- (1p) Stel de naald beweegt van een plaats tussen twee atomen in, naar een plaats recht boven een atoom. Leg uit wat er dan gebeurt met de afstand tussen het atoom en de naald. Leg ook uit of de tunnelstroom hierdoor toeneemt of afneemt.
 - (1p) Normaalgesproken moeten elektronen in atomen een energie-barrière ter hoogte van de uittree-energie overwinnen om te ontsnappen. Het tunnelen wordt bevorderd door een kleine spanning tussen de naald en het oppervlak aan te brengen. Geef de reden waarom hierdoor het tunnelen wordt bevorderd.

7. De kans om door een barrière te tunnelen (T) wordt gegeven door:

$$T = e^{-2kd}$$

d is hier de dikte van de barrière en k wordt gegeven door:

$$k = \frac{2\pi \sqrt{2m(E_{pot} - E_{kin})}}{h}$$

Een elektron beweegt richting de barrière met een dikte van 5,0 nm met een snelheid van $1,0 \times 10^5$ m/s. De potentiële energie van de barrière is 10% groter dan de kinetische energie van het deeltje.

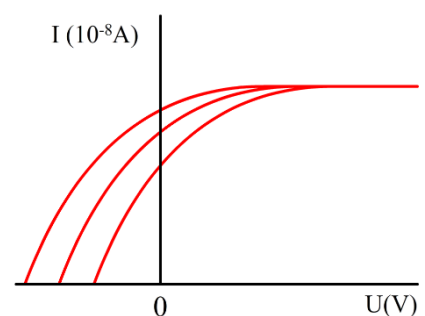
- (3p) Laat met een berekening zien dat de kans dat het elektron door de barrière tunnelt gelijk is aan 6,1%.
- (3p) Het elektron wordt tussen twee van deze barrières geplaatst. Bereken na hoeveel botsingen het elektron voor het eerst boven de 50% kans heeft te ontsnappen.

§7 Oefentoets

Het foto-elektrisch effect

Het foto-elektrisch effect wordt vaak aangetoond in een experiment waarbij een kathode in een vacuümbuis wordt beschonen door een laser. Van de kathode komen dan elektronen vrij die naar de anode bewegen. Hiernaast is de vrijgekomen stroomsterkte door de anode uitgezet tegen de spanning over de kathode en de anode voor drie verschillende opstellingen.

- 1 (2p) Geef bij elk van de volgende uitspraken aan of deze correct zijn en licht telkens je antwoord toe:
- Bij de drie opstellingen is de kathode van een ander materiaal gemaakt.
 - Bij de drie opstellingen is licht met verschillende intensiteit gebruikt.



Zelfs als de fotonen die op de kathode vallen genoeg energie hebben om een elektron vrij te maken, dan nog maakt niet elk foton een elektron vrij. De fractie van de fotonen dat een elektron vrijmaakt noemen we het kwantumrendement (n_Q). Er geldt dus:

$$n_Q = \frac{n_e}{n_f}$$

Hier is n_e het aantal elektronen dat per seconde vrijkomt en n_f het aantal fotonen per seconde aankomt. Het kwantumrendement kan worden bepaald met behulp van de volgende formule:

$$I = \frac{n_e e}{E_f} P_{\text{licht}}$$

2 (3p) Leid deze formule af.

In een experiment wordt laserlicht gebruikt met een golflengte van 261 nm en een vermogen van 3,0 mW. De stroomsterkte door de anode was bij deze opstelling $3,125 \times 10^{-8}$ A.

3 (3p) Laat met een berekening zien dat het kwantumrendement van deze fotokathode gelijk is aan slechts $5,0 \times 10^{-5}$.

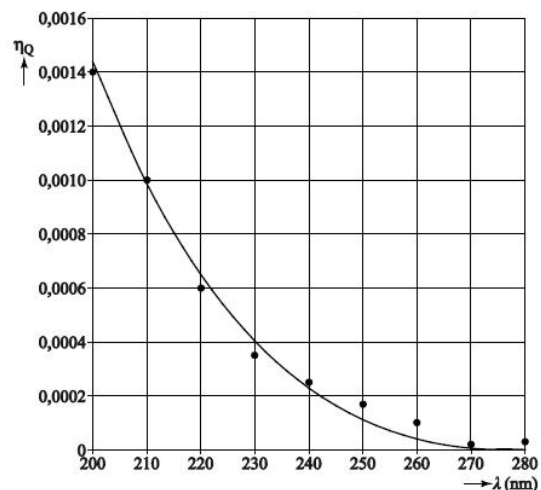
Er zijn een aantal redenen dat het kwantumrendement niet 100% is. Ten eerste wordt 40% van de fotonen die op het metaal valt gereflecteerd, 83% van de overgebleven fotonen wordt uiteindelijk geabsorbeerd waardoor een elektron vrijkomt uit een atoom, maar dan moet het elektron nog ontsnappen uit het materiaal. In 80% van de gevallen worden deze elektronen verstrooid door botsingen in het materiaal. Van de elektronen die wel de rand van het materiaal bereiken heeft slechts 4% na een aantal botsingen genoeg energie over om uit het materiaal te ontsnappen en 99% daarvan kaatst terug het materiaal in.

4 (3p) Bepaal met deze gegeven nogmaals het kwantumrendement. Laat zien dat je ongeveer dezelfde waarde vindt.

Het kwantumrendement is hiernaast uitgezet tegen de golflengte van het opvallende licht.

5 (2p) Toon aan dat de fotokathode van koper is. Leg uit hoe je op je antwoord komt.

(bron: examen 2016 voorbeeldopgaven)



CD diffractie

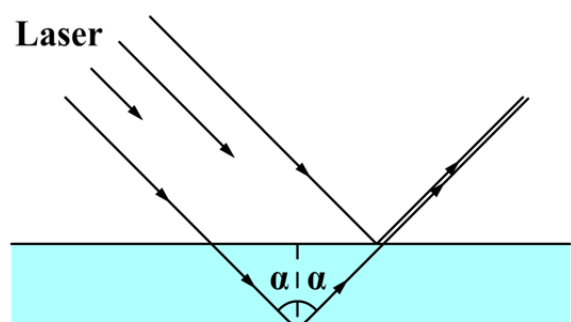
Als je een laser op een CD schijnt, dan is te zien dat de reflectie zicht opsplijst in vijf lichtstralen. Dit komt doordat de inkervingen in de CD zich gedragen als een tralie. Het groene laserlicht heeft een golflengte van 532 nm.

6 (2p) Het eerste orde maximum is op een afstand van 210 cm van het scherm 79 cm verwijderd van het nulde orde maximum. Laat zien dat de afstand tussen de inkervingen in de CD gelijk zijn aan $1,5 \times 10^{-6}$ m.

7 (2p) In de afbeelding zie je vijf reflecterende lichtstralen. Laat met behulp van een formule zien dat deze laser inderdaad niet meer dan vijf lichtstralen produceert.



De laser wordt nu onder verschillende hoeken op een dun laagje olie met een dikte (d) van $0,94 \mu\text{m}$ geschoten. Ook nu is een interferentiepatroon zichtbaar. Een deel van de lichtstralen reflecteert tegen de bovenkant van het laagje olie en een ander deel reflecteert tegen de onderkant van het laagje. Het gevolg is dat de gereflecteerde lichtstralen soms over elkaar heen lopen en daardoor met elkaar interfereren (zie de rechter afbeelding). Je mag er in de vraag vanuit gaan dat de snelheid van het licht binnen en buiten het materiaal hetzelfde is.



- 8 (4p) Bij sommige hoeken treedt destructieve interferentie op en bij andere hoeken constructieve interferentie. Leid met behulp van de afbeelding af dat in het geval van destructieve interferentie geldt dat:

$$(n + 0,5) \lambda = \frac{d}{\cos \alpha} \quad n = 0,1,2,3 \dots$$

- 9 (2p) Als je naar de vorige afbeelding kijkt, dan zou je kunnen concluderen dat al het licht destructief zal interfereren, maar dit is niet mogelijk, omdat energie in dat geval niet behouden is. In werkelijkheid is de situatie ingewikkelder, doordat licht niet monochroom kan zijn (dit betekent dat het niet uit slechts één golflengte kan bestaan). Daarnaast bewegen niet alle fotonen exact in dezelfde richting. Leg beide uitspraken uit aan de hand van de onzekerheidsrelatie van Heisenberg.

- 10 (2p) Destructieve interferentie zoals we in de vorige afbeelding zien, wordt ook gebruikt bij anti-reflectiecoating, dat bijvoorbeeld op sommige brillen wordt aangebracht (zie de rechter afbeelding). Voor de dikte van deze coating wordt gekozen voor $\lambda_{\text{mid}}/4$, waarbij λ_{mid} een golflengte is rond het midden van het visuele spectrum. Leg uit waarom hiervoor gekozen wordt.



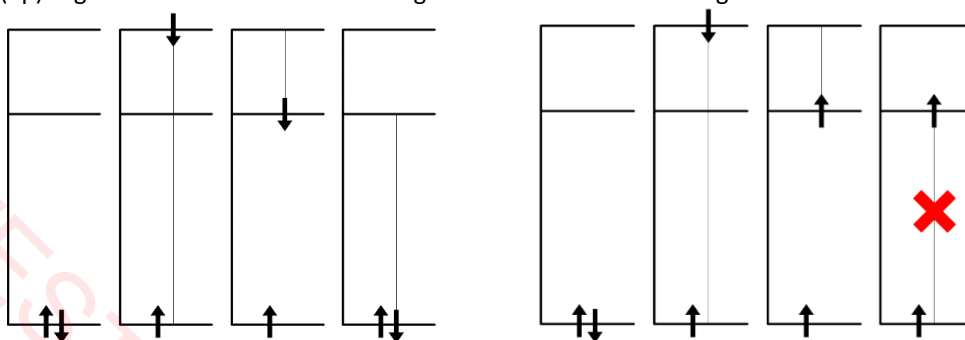
Fluorescentie en fosforescentie

Fluorescentie treedt o.a. op bij het beschijnen van waterstof met ultraviolet licht met een golflengte van 94,97 nm. De waterstof gaat hierdoor zichtbaar licht geven. Dit gebeurt als het elektron in waterstof na absorptie eerst drie energieniveaus zakt, voordat het naar de grondtoestand terugkeert.

- 11 (6p) Laat met een berekening zien dat hier zichtbaar licht vrijkomt. Reken hiervoor eerst uit in welke toestand het elektron zich bevindt als het licht geabsorbeerd wordt. Het is mogelijk achteraf je antwoord te controleren met BINAS 21A.

Een ander voorbeeld van fluorescentie is in de onderstaande linker vier afbeeldingen te zien. We zien hier eerst twee elektronen in de grondtoestand. De ene heeft spin-up en de ander spin-down. Bij fluorescentie wordt één van de elektronen naar een hoger level getild. Daarna valt het terug naar een tussengelegen energieniveau, waarna het terugvalt naar de grondtoestand. Dit proces vindt in een kleine fractie van een seconde plaats. Als gevolg houdt fluorescentie zodra je stopt de stof te beschijnen. Dit geldt niet voor fosforescentie, dat veel langer aanhoudt (dit geeft het "glow-in-the-dark" effect). We zien dit rechts afgebeeld. In dit geval verandert de spin van het elektron van richting door interactie met het molecuul waar het onderdeel van is. Het elektron kan nu niet terugvallen naar de grondtoestand, totdat het elektron nogmaals omkeert en dat kan lang duren.

- 12 (2p) Leg uit welk fenomeen ervoor zorgt dat het elektron niet terug kan vallen.



Quantumdots

In het scherm van een Qled-tv bevinden zich zogenaamde quantumdots. Dit zijn kleine bolletjes van enkele nanometers breed. De quantumdots worden beschienen met violet licht en zenden daarna andere kleuren licht uit. Welk licht wordt uitgezonden hangt af van de grootte van de quantumdot.

- 13 (1p) Leg uit waarom de Qled met violet licht beschienen worden en bijvoorbeeld niet met rood licht.

Quantumdots zijn halfgeleiders. Deze stoffen hebben een bandgap tussen de valentie- en de geleidingsband. Als de stof een foton absorbeert, dan wordt een elektron uit de valentieband getrokken en in de geleidingsband geplaatst. Het elektron laat dan een "gat" achter in de valentieband. Dit gat kan worden opgevat als een positief deeltje.

- 14 (1p) De quantumdots zijn gemaakt van de halfgeleider GaP en deze stof heeft een bandgap van 2,26 eV. Leg uit dat deze stof geschikt is als quantumdot.

Als het foton geabsorbeerd is, dan gedragen het elektron en het gat zich nagenoeg als vrije deeltjes. Een elektron in een bepaalde quantumdot heeft een kinetische energie van 1 eV.

- 15 (3p) Bereken de golflengte van dit elektron. Leid hiervoor eerst de volgende formule af met behulp van formules uit BINAS:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

Omdat een quantumdot klein is, kan het elektron en het gat niet alle energiewaarden aannemen in de valentie- en geleidingsband (hetgeen we wel gewend zijn bij halfgeleiders). In een vereenvoudigd model kan de quantumdot beschouwd worden als een energieput met oneindig hoge wanden, waarin het elektron en het gat zich vrij bewegen in hun grondtoestand. Als een elektron uiteindelijk weer een gat tegenkomt, dan valt het hierin en komt een foton vrij met de volgende energie:

$$E_f = E_{gap} + \frac{C}{R^2}$$

- 16 (5p) Leid deze formule af en laat hiermee zien dat de constante C gelijk is aan $1,2050 \times 10^{-37} \text{ Jm}^2$.
- 17 (2p) Bereken de straal van een quantumdot als we willen dat het groen licht uitzendt met een energie van 2,33 eV.

(Bron: Examen VWO 2022-1)

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel

5	Elektronvolt
7	Constante van Planck, elektronlading, lichtsnelheid en massa elektron
21	Energieniveaus waterstof
24	Foto-elektrisch effect (uittree-energie, grensfrequentie en grensgolflengte)